

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|-----------------------|---|
| ВВЕДЕНИЕ | 3 |
|-----------------------|---|

| | |
|--|---|
| Глава 1. ПОГРЕШНОСТЬ РЕЗУЛЬТАТА ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ | 5 |
|--|---|

| | |
|---|----|
| 1.1. Использование математических моделей и численных методов при решении прикладных задач..... | 5 |
| 1.2. Источники и классификация погрешностей..... | 7 |
| 1.3. Абсолютная и относительная погрешности..... | 10 |
| 1.4. Запись приближенных чисел | 12 |
| 1.5. Округление чисел..... | 13 |
| 1.6. Вычислительная погрешность | 15 |
| Погрешность алгебраической суммы чисел $x \pm \Delta_x, y \pm \Delta_y$ | 15 |
| Погрешность разности чисел $x \pm \Delta_x, y \pm \Delta_y$ | 16 |
| Погрешность произведения чисел $x \pm \Delta_x, y \pm \Delta_y$ | 18 |
| Погрешность степени приближенного числа..... | 20 |
| Погрешность корня из приближенного числа..... | 20 |
| Погрешность частного $x \pm \Delta_x, y \pm \Delta_y$ | 21 |
| 1.7. Погрешности вычисления значений функции | 22 |
| 1.7.1. Погрешность функции, зависящей от одной переменной | 22 |
| 1.7.2. Погрешность функции, зависящей от нескольких переменных | 23 |
| 1.8. Определение допустимой погрешности аргументов по допустимой погрешности функции..... | 24 |
| 1.9. Вычисления без точного учета погрешностей..... | 26 |
| 1.10. Статистический и технический подходы к учету погрешностей действий | 27 |
| 1.11. Погрешности решения задачи на ЭВМ | 28 |
| Контрольные вопросы | 29 |

| | |
|---|----|
| Глава 2. НАХОЖДЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ И ВЕКТОРОВ МАТРИЦ | 30 |
|---|----|

| | |
|---|----|
| 2.1. Постановка задачи..... | 30 |
| 2.2. Основные характеристики матриц..... | 31 |
| 2.3. Локализация собственных значений матрицы | 34 |

| | | |
|--------|--|----|
| 2.4. | Методы нахождения собственных значений и векторов матриц | 35 |
| 2.4.1. | <i>Метод непосредственного развертывания векового определителя</i> | 35 |
| 2.4.2. | <i>Метод Крылова</i> | 37 |
| 2.4.3. | <i>Метод Данилевского</i> | 41 |
| 2.4.4. | <i>Метод Леверье</i> | 42 |
| 2.4.5. | <i>Степенной метод нахождения наибольшего собственного значения</i> | 43 |
| 2.4.6. | <i>Интерполяционный метод нахождения всех собственных значений матрицы</i> | 45 |
| 2.4.7. | <i>Метод обратной итерации</i> | 46 |
| 2.4.8. | <i>Итерации со сдвигом начала</i> | 49 |
| | Контрольные вопросы | 52 |
| | Глава 3. НАХОЖДЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИЙ | 53 |
| 3.1. | Постановка задачи | 53 |
| 3.2. | Вычисление значений функций по схеме Горнера | 53 |
| 3.3. | Вычисление сумм числовых рядов | 55 |
| 3.4. | Вычисление значений функций методом разложения в ряд Тейлора | 57 |
| 3.4.1. | <i>Вычисление значений показательной функции</i> | 58 |
| 3.4.2. | <i>Вычисление значений логарифмической функции</i> | 59 |
| 3.4.3. | <i>Вычисление значений тригонометрических функций</i> | 60 |
| 3.4.4. | <i>Вычисление значений гиперболических функций</i> | 61 |
| 3.5. | Вычисление значений функций методом итераций | 62 |
| 3.5.1. | <i>Вычисление значений функции $y = \frac{1}{x}$</i> | 63 |
| 3.5.2. | <i>Вычисление значений функции $y = \sqrt{x}$</i> | 63 |
| 3.5.3. | <i>Вычисление значений функции $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$</i> | 64 |
| 3.5.4. | <i>Вычисление значений функции $y = \sqrt[3]{x}$</i> | 65 |
| 3.6. | Вычисление значений функций путем разложения по многочленам Чебышева | 65 |
| 3.7. | Рациональные приближения | 68 |
| | Контрольные вопросы | 70 |
| | Глава 4. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СЛАУ | 71 |
| 4.1. | Постановка задачи | 71 |
| 4.2. | Типы используемых матриц | 72 |

| | | |
|--------|---|----|
| 4.3. | Обусловленность СЛАУ | 74 |
| 4.4. | Методы решения СЛАУ..... | 78 |
| 4.4.1. | <i>Метод Гаусса</i> | 79 |
| 4.4.2. | <i>Уточнение решения.....</i> | 82 |
| 4.4.3. | <i>Метод главных элементов.....</i> | 83 |
| 4.4.4. | <i>Метод простой итерации</i> | 85 |
| 4.4.5. | <i>Метод Гаусса—Зейделя.....</i> | 87 |
| 4.4.6. | <i>Метод прогонки.....</i> | 89 |
| 4.4.7. | <i>Метод Холецкого.....</i> | 90 |
| 4.4.8. | <i>Метод релаксации.....</i> | 92 |
| 4.4.9. | <i>Критерии сходимости и оценки погрешности итерационных методов.....</i> | 94 |
| | Контрольные вопросы | 94 |

Глава 5. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ 95

| | | |
|--------|--|-----|
| 5.1. | Постановка задачи..... | 95 |
| 5.2. | Методы нахождения корней нелинейных уравнений..... | 96 |
| 5.2.1. | <i>Локализация корней.....</i> | 97 |
| 5.2.2. | <i>Метод половинного деления.....</i> | 99 |
| 5.2.3. | <i>Метод сканирования.....</i> | 101 |
| 5.2.4. | <i>Метод последовательных приближений</i> | 101 |
| 5.2.5. | <i>Усовершенствованный метод последовательных приближений.....</i> | 106 |
| 5.2.6. | <i>Метод Ньютона—Рафсона.....</i> | 107 |
| 5.2.7. | <i>Случай почти равных корней</i> | 109 |
| 5.2.8. | <i>Упрощения метода Ньютона—Рафсона.....</i> | 110 |
| 5.2.9. | <i>Гибридный метод Ньютона и половинного деления</i> | 113 |
| 5.3. | Преобразование уравнения к виду, удобному для итераций..... | 114 |
| 5.4. | Типы сходимостей итерационных последовательностей..... | 115 |
| | Контрольные вопросы | 116 |

Глава 6. ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ..... 117

| | | |
|------|---|-----|
| 6.1. | Постановка задачи интерполяции..... | 117 |
| 6.2. | Конечные разности различных порядков | 119 |
| 6.3. | Таблица разностей | 120 |
| 6.4. | Обобщенная степень..... | 121 |
| 6.5. | Интерполяирование для случая равноотстоящих узлов | 122 |

| | |
|--|------------|
| 6.5.1. Первая интерполяционная формула Ньютона | 122 |
| 6.5.2. Вторая интерполяционная формула Ньютона..... | 123 |
| 6.6. Таблица центральных разностей..... | 123 |
| 6.6.1. Интерполяционные формулы Гаусса..... | 125 |
| 6.6.2. Интерполяционная формула Стирлинга..... | 126 |
| 6.6.3. Интерполяционная формула Бесселя..... | 126 |
| 6.7. Общая характеристика интерполяционных формул с постоянным шагом | 127 |
| 6.8. Интерполяционная формула Лагранжа. Схема Эйткена..... | 127 |
| 6.9. Разделенные разности..... | 130 |
| 6.10. Интерполяционная формула Ньютона для случая неравноотстоящих значений аргумента..... | 131 |
| 6.11. Обратное интерполирование для случая равноотстоящих узлов | 132 |
| 6.12. Обратное интерполирование для случая неравноотстоящих узлов | 133 |
| Контрольные вопросы | 134 |
| ЛИТЕРАТУРА | 136 |