

**С.Г. КАЛЬНЕЙ
В.В. ЛЕСИН
А.А. ПРОКОФЬЕВ**

МАТЕМАТИКА

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

В двух томах

Том 2

*Допущено НМС по математике Минобрнауки РФ
в качестве учебного пособия для студентов
высших учебных заведений, обучающихся по направлениям
подготовки: 11.03.04 — «Электроника и нанoeлектроника»,
11.03.01 — «Радиотехника», 09.03.04 — «Программная
инженерия» (квалификация «Бакалавр»)*

Москва
КУРС
ИНФРА-М
2016

УДК 51-7(075.8)
ББК 22я73
K17

ФЗ № 436-ФЗ	Издание не подлежит маркировке в соответствии с п. 1 ч. 4 ст. 11
----------------	---

Рецензент:

Кафедра «Вышая математика» РГУПС;

В.А. Федирко, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры «Прикладная математика» МГТУ «Станкин»

Кальней С.Г., Лесин В.В., Прокофьев А.А.

K17 Математика: учеб. пособие: в 2 т. — М.: КУРС: ИНФРА-М, 2016. — Т. 2. — 360 с.

ISBN 978-5-905554-23-0 (КУРС)

ISBN 978-5-905554-42-1 (КУРС, общ.)

ISBN 978-5-16-011339-5 (ИНФРА-М, print)

ISBN 978-5-16-103522-1 (ИНФРА-М, online)

Второй том учебника в двух томах адресован студентам второго курса системы высшего профессионального образования по техническим направлениям подготовки, квалификация «бакалавр». Большое внимание уделено доступности и наглядности описания математических понятий и результатов, примерам и иллюстрациям, облегчающим усвоение материала.

Том содержит материал по обыкновенным дифференциальным уравнениям, теории функций комплексной переменной и ее приложениям, теории вероятностей и математической статистике.

Учебное пособие может быть использовано для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки: 11.03.04 «Электроника и нанoeлектроника», 11.03.01 «Радиотехника», 09.03.01 «Программная инженерия» (квалификация «бакалавр»), а так же студентами других направлений подготовки, инженерами, преподавателями вузов..

УДК 51-7(075.8)
ББК 22я73

Электронно-
Библиотечная
Система
znanium.com

ISBN 978-5-905554-23-0 (КУРС)
ISBN 978-5-905554-42-1 (КУРС, общ.)
ISBN 978-5-16-011339-5 (ИНФРА-М, print)
ISBN 978-5-16-103522-1 (ИНФРА-М, online)

© Кальней С.Г., Лесин В.В.,
Прокофьев А.А., 2016
© КУРС, 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
--------------------------	----------

Раздел III

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Глава 16. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА	4
---	----------

16.1. Дифференциальные уравнения. Основные понятия	4
16.2. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Особые решения.....	10
16.3. Дифференциальные уравнения первого порядка	15
16.4. Уравнения, не разрешенные относительно производной.....	24
16.5. Физические и геометрические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям 1-го порядка	26

Глава 17. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ	30
---	-----------

17.1. Уравнения высших порядков. Способы понижения порядка.....	30
17.2. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка. Структура общего решения неоднородного уравнения.....	35
17.3. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.....	40
17.4. Линейные неоднородные уравнения с правой частью специального вида. Метод вариации постоянных.....	50
17.5. Системы линейных дифференциальных уравнений. Связь с уравнениями n -го порядка. Метод собственных векторов	56
17.6. Системы неоднородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами.....	67

Раздел IV

ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Глава 18. КОМПЛЕКСНАЯ ПЕРЕМЕННАЯ. ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ	73
---	-----------

18.1. Предел последовательности комплексных чисел.....	73
18.2. Понятие функции комплексной переменной. Элементарные функции	75
18.3. Предел функции комплексной переменной.....	85
18.4. Дифференцирование функции комплексной переменной.....	88
18.5. Свойства аналитических функций.....	92
18.6. Интеграл от функции комплексной переменной вдоль кривой.....	95
18.7. Теорема Коши для односвязной и многосвязной областей	101
18.8. Интегральная формула Коши	106

Глава 19. РЯДЫ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ	110
---	------------

19.1. Ряд из комплексных чисел. Абсолютная и условная сходимость	110
19.2. Функциональные ряды. Операции с равномерно сходящимися рядами из аналитических функций	112
19.3. Степенные ряды. Ряд Тейлора	119
19.4. Ряд Лорана. Особые точки. Классификация особых точек.....	128

Глава 20. ТЕОРИЯ ВЫЧЕТОВ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ	143
20.1. Вычет и его вычисление. Основная теорема о вычетах	143
20.2. Применение вычетов к вычислению определенных интегралов	150

Раздел V

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Глава 21. СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ. ВЕРОЯТНОСТЬ	159
21.1. Случайный опыт. Пространство элементарных исходов	159
21.2. Случайные события, действия над ними	161
21.3. Классическое определение вероятности	165
21.4. Геометрическое определение вероятности	172
21.5. Статистическое определение вероятности	177
21.6. Аксиоматическое определение вероятности	179
21.7. Условная вероятность	182
21.8. Независимость событий	185
21.9. Формулы полной вероятности и Байеса	188
21.10. Схема Бернулли	192

Глава 22. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ	196
---	-----

22.1. Одномерные случайные величины. Закон распределения и функция распределения случайной величины	196
22.2. Дискретные случайные величины. Ряд распределения	198
22.3. Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности	200
22.4. Случайные векторы	203
22.5. Зависимые и независимые случайные величины	209
22.6. Условные законы распределения	212
22.7. Числовые характеристики случайных величин	215
22.8. Числовые характеристики случайных векторов. Ковариация и коэффициент корреляции	223
22.9. Условные числовые характеристики. Функция регрессии	227
22.10. Некоторые дискретные распределения	229
22.11. Некоторые непрерывные распределения	234
22.12. Некоторые двумерные распределения	240
22.13. Функции одномерных случайных величин	244
22.14. Функции случайных векторов. Композиция законов распределения	249

Глава 23. ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ	255
---	-----

23.1. Неравенства Чебышёва	255
23.2. Сходимость по вероятности	257
23.3. Закон больших чисел	259
23.4. Центральная предельная теорема	261

Раздел VI

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА	266
--	-----

Глава 24. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКУЮ СТАТИСТИКУ	266
---	-----

24.1. Предмет математической статистики. Выборочный метод	266
24.2. Первичная обработка выборки	267
24.3. Необходимые сведения о некоторых распределениях	274

24.4. Законы распределения основных статистик для нормальных генеральных совокупностей	277
--	-----

Глава 25. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ОЦЕНИВАНИЕ

ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

25.1. Точечные оценки параметров распределения	283
25.2. Методы получения точечных оценок.....	291
25.3. Интервальные оценки параметров распределения	295

Глава 26. ПРОВЕРКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ.....

26.1. Основные понятия	306
26.2. Проверка параметрических гипотез.....	306
26.3. Проверка гипотез о законе распределения.....	319

Глава 27. ОСНОВЫ КОРРЕЛЯЦИОННОГО И РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА ДАННЫХ

27.1. Корреляционный анализ	324
27.2. Регрессионный анализ.....	330

ПРИЛОЖЕНИЯ

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

355

Учебное издание

*Сергей Григорьевич Кальней
Виктор Васильевич Лесин
Александр Александрович Прокофьев*

МАТЕМАТИКА

Учебное пособие

В двух томах

Том 2

Оригинал-макет подготовлен в Издательстве «КУРС»

Подписано в печать 31.05.2016.

Формат 60×90/16. Бумага офсетная. Гарнитура Newton.

Печать цифровая. Усл. печ. л. 22.5.

Тираж 500 (I — 150) экз. Заказ № 00000

ТК 437800-520538-310516

ООО Издательство «КУРС»

127273, Москва, ул. Олонецкая, д. 17А, офис 104.

Тел.: (499) 709-16-28.

E-mail: kursizdat@gmail.com

ООО «Научно-издательский центр ИНФРА-М»

127282, Москва, ул. Полярная, д. 31В, стр. 1

Тел.: (495) 280-15-96, 280-33-86. Факс: (495) 280-36-29

E-mail: books@infra-m.ru <http://www.infra-m.ru>