



Предварительные замечания

1 Экстремум функций многих переменных

1. Безусловный экстремум
 1. Достаточные условия строгого экстремума
 2. Метод наискорейшего (градиентного) спуска
2. Условный экстремум
 1. Определение
 2. Метод множителей Лагранжа

2 Экстремум функционалов

3. Функционал. Вариация функционала и ее свойства
 1. Определение функционала. Близость кривых
 2. Непрерывность функционала
 3. Вариация функционала
 4. Второе определение вариации функционала
 5. Вторая вариация функционала
 6. Экстремум функционала. Необходимое условие экстремума
4. Простейшая задача вариационного исчисления
 1. Уравнение Эйлера
 2. Простейшие случаи интегрируемости уравнения Эйлера
 3. Вариационные задачи в параметрической форме
5. Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления
 1. Функционалы, зависящие от производных высших порядков
 2. Функционалы, зависящие от m функций
 3. Функционалы, зависящие от функций нескольких независимых переменных
6. Инвариантность уравнения Эйлера
7. Поле экстремалей
 1. Семейство однопараметрических кривых
Достаточное условие Якоби возможности включения экстремали в центральном поле экстремалей
 2. Аналитическая форма условия Якоби
 3. Достаточные условия Лежандра
8. Достаточные условия экстремума функционала
 1. Достаточные условия Вейерштрасса
Достаточные условия слабого экстремума
Достаточные условия сильного экстремума
 2. Достаточные условия Лежандра
 3. Фигуратриса
 4. Достаточное условие минимума
9. Условный экстремум
 1. Изопериметрическая задача
 2. Задача Лагранжа при наличии связей
 3. Геодезические линии
10. Вариационные задачи с подвижными границами
 1. Простейшая задача с подвижными границами
 2. Задача с подвижными границами
 3. Геодезическое расстояние
11. Разрывные задачи. Односторонние вариации
 1. Разрывные задачи первого рода
 2. Разрывные задачи второго рода

3. Односторонние вариации
12. Теория Гамильтона--Якоби. Вариационные принципы механики
 1. Каноническая (гамильтонова) форма уравнений Эйлера
 2. Уравнение Гамильтона--Якоби. Теорема Якоби
 3. Вариационные принципы механики

3 Прямые методы вариационного исчисления

13. Конечно-разностный метод Эйлера
14. Метод Рунге. Метод Канторовича
 1. Метод Рунге
 2. Метод Канторовича
15. Вариационные методы нахождения собственных значений и собственных функций
 1. Задача Штурма--Лиувилля
 2. Принцип Релея

Ответы и указания

Об авторах



Краснов Михаил Леонтьевич

- Родился 30 ноября 1925 г.
- Окончил механико-математический факультет МГУ в 1951 г.
- В 1951-1985 гг. профессор Московского энергетического института, факультет математики.

Область интересов: дифференциальные уравнения.

Киселев Александр Иванович

- Родился 26 августа 1917 г.
- Окончил механико-математический факультет МГУ в 1951 г.
- В 1951-1962 гг. работал в Институте физических проблем АН СССР.
- В 1962--1996 доцент Московского энергетического института, факультет математики.

Область интересов: теория функций.

Макаренко Григорий Иванович

- Родился 23 апреля 1922 г.
- Окончил механико-математический факультет МГУ в 1951 г.
- В 1951-1960 профессор Московского энергетического института, факультет математики.
- В 1960-1978 гг. старший научный сотрудник Объединенного института ядерных исследований в Дубне.
- В 1978-1989 гг. профессор Московского государственного института путей сообщения, факультет математики.

Область интересов: дифференциальные уравнения