



## **Предисловие к "Лекциям"**

## **Предисловие к девятому тому**

### **1 Предварительные сведения**

- 1.1. Комплексные числа
- 1.2. Причины эффективности
- 1.3. Алгебраические истоки
- 1.4. Сфера Римана
- 1.5. Топологические понятия

### **2 Аналитические функции**

- 2.1. Дифференцируемость
- 2.2. Примеры
- 2.3. Простейшие свойства
- 2.4. Физические интерпретации
- 2.5. Интегрирование и теорема Коши
- 2.6. Важные примеры
- 2.7. Интеграл Коши
- 2.8. Бесконечная дифференцируемость
- 2.9. Теорема Лиувилля
- 2.10. Существование обратной функции
- 2.11. Принцип компактности

### **3 Комплексные ряды**

- 3.1. Числовые ряды
- 3.2. Функциональные ряды
- 3.3. Степенные ряды
- 3.4. Ряд Тэйлора
- 3.5. Аналитическое продолжение
- 3.6. Ряды Лорана
- 3.7. Особые точки
- 3.8. Бесконечно удаленная точка
- 3.9. Целые и мероморфные функции
- 3.10. Дополнения и задачи

### **4 Конкретные функции**

- 4.1. Продолжение с действительной оси
- 4.2. Многозначные эталоны
- 4.3. Гамма-функция
- 4.4. Дзета-функция

### **5 Аналитическое продолжение и многозначность**

- 5.1. Аналитический феномен
- 5.2. Теорема о монодромии
- 5.3. Корень квадратный
- 5.4. Точки ветвления и регулярные ветви
- 5.5. Римановы поверхности
- 5.6. Связь с теорией Галуа

### **6 Теория вычетов**

- 6.1. Основная теорема
- 6.2. Вычет в бесконечности
- 6.3. Примеры

- 6.4. Логарифмические вычеты
- 6.5. Принцип аргумента

## **7 Конформные отображения**

- 7.1. Мотивация
- 7.2. Общие свойства
- 7.3. Дробно-линейные преобразования
- 7.4. Функция Жуковского
- 7.5. Другие преобразования
- 7.6. Комплексная динамика

## **8 Операционное исчисление**

- 8.1. Механизм производящих функций
- 8.2. Преобразование Лапласа
- 8.3. Обращение
- 8.4. Дельта-функция
- 8.5. Дифференциальные уравнения
- 8.6. Автоматическое регулирование

## **9 Гармонические функции**

- 9.1. Контрпример
- 9.2. Свойства
- 9.3. Инвариантность и единственность
- 9.4. Задача Дирихле
- 9.5. Вариационный подход

## **10 Дзета-функция и гипотеза Римана**

- 10.1. История вопроса
- 10.2. Ряды Дирихле
- 10.3. Теоретико-числовая подоплека
- 10.4. Идеология погружения
- 10.5. Теорема об универсальности дзета-функции

## **11 Функции нескольких переменных**

- 11.1. Аналитичность
- 11.2. Степенные ряды
- 11.3. Области Рейнхарта
- 11.4. Кратный интеграл Коши
- 11.5. Особенности и нули

## **12 Асимптотические методы**

- 12.1. Схемы и примеры
- 12.2. Асимптотика интегралов и рядов
- 12.3. Метод Лапласа
- 12.4. Метод стационарной фазы
- 12.5. Метод перевала

## **13 Сводка определений и результатов**

- 13.1. Аналитические функции
- 13.2. Комплексные ряды
- 13.3. Конкретные функции
- 13.4. Аналитическое продолжение и многозначность
- 13.5. Теория вычетов
- 13.6. Конформные отображения
- 13.7. Операционное исчисление
- 13.8. Гармонические функции

## Сокращения и обозначения

## Литература

## Предметный указатель

### Предисловие к "Лекциям"



*Каркас доказательства состоит из пауз.*

Для нормального изучения любого математического предмета необходимы, по крайней мере, 4 ингредиента:

- 1) живой учитель;
- 2) обыкновенный подробный учебник;
- 3) рядовой задачник;
- 4) учебник, освобожденный от рутины, но дающий общую картину, мотивы, связи, "что зачем".

До четвертого пункта у системы образования руки не доходили. Конечно, подобная задача иногда ставилась и решалась, но в большинстве случаев -- при параллельном исполнении функций обыкновенного учебника. Акценты из-за перегрузки менялись, и намерения со второй-третьей главы начинали дрейфовать, не достигая результата. В виртуальном пространстве так бывает. Аналог объединения гантели с теннисной ракеткой перестает решать обе задачи, хотя это не сразу бросается в глаза.

"Лекции" ставят 4-й пункт своей главной целью. Сопутствующая идея -- экономия слов и средств. Правда, на фоне деклараций о краткости и ясности изложения предполагаемое издание около 20 томов может показаться тяжеловесным, но это связано с обширностью математики, а не с перегрузкой деталями.

Необходимо сказать, на кого рассчитано. Ответ "на всех" выглядит наивно, но он в какой-то мере отражает суть дела. Обозримый вид, обнаженные конструкции доказательств, -- такого сорта книги удобно иметь под рукой. Не секрет, что специалисты самой высокой категории тратят массу сил и времени на освоение математических секторов, лежащих за рамками собственной специализации. Здесь же ко многим проблемам предлагается короткая дорога, позволяющая быстро освоить новые области и освежить старые. Для начинающих "короткие дороги" тем более полезны, поскольку облегчают движение любыми другими путями.

В вопросе "на кого рассчитано" -- есть и другой аспект. На сильных или слабых? На средний вуз или физтех? Опять-таки выходит "на всех". Звучит странно, но речь не идет о регламентации кругозора. Простым языком, кратко и прозрачно описывается предмет. Из этого каждый извлечет свое и двинется дальше.

Наконец, последнее. В условиях информационного наводнения инструменты вчерашнего дня перестают работать. Не потому, что изучаемые дисциплины чересчур разрослись, а потому, что новых секторов жизни стало слишком много. И в этих условиях мало кто готов уделять много времени чему-то одному. Поэтому учить всему -- надо как-то иначе. "Лекции" дают пример. Плохой ли, хороший -- покажет время. Но в любом случае, это продукт нового поколения. Те же "колеса", тот же "руль", та же математическая суть, -- но по-другому.

### Предисловие к девятому тому



*Маленькие шаги покрывают большие расстояния.*

Когда на лекционный курс выделяется  $n$ -е количество часов, -- проблема обычно заключается не в том, как уместить предмет в заданные рамки, а в том, чем бы эти часы заполнить. Еще хуже ситуация при написании учебника. Чтобы книга не получилась слишком тонкой, ее нагружают чем придется. И ТФКП (ТФКП -- теория функций комплексной переменной, эквивалент "теории аналитических функций") в этом отношении страдает больше других дисциплин. Теория-то в своей основе небольшая, но подробности, как и везде, неисчерпаемы. В итоге внимание, вместо того чтобы концентрироваться на ядре, размазывается по необозримой территории. Причем беда -- не в самой толщине книг, а в отсутствии четко выраженных акцентов, в результате чего главное и второстепенное выглядят одинаково, как горячий утюг и холодный.

Для ТФКП даже принятый в "Лекциях" сравнительно небольшой объем тома -- несколько великоват. Ядро теории намного уже университетских курсов. Например, "конформные отображения" обычно включаются в "основы" по инерции, хотя в принципе -- это хороший материал для получения представлений об окрестностях (разумеется, для кого-то окрестности лежат в центре профессионального интереса). "Операционное исчисление" -- общезначимо само по себе, но соседство с теорией аналитических функций -- при наличии свободного места -- вполне уместно. Что касается "дзета-функции" (глава 10), -- то это явно самостоятельная тема, которая в общих курсах, как правило, разве что упоминается. Однако наличие приводных ремней здесь очевидно, а гипотеза Римана относительно нулей дзета-функции остается пока математической проблемой номер один -- при весьма внушительном списке возможных следствий фундаментального характера. Поэтому глава 10, хотя и не добавляет чего-либо существенного к основам ТФКП, ее содержание терпимо в диапазоне общего образования.

## О загадке бестселлеров В.Босса



Книгу В.Босса "Интуиция и математика" я перечитал три раза! Потом еще раз, чтобы разобраться, в чем дело, но скрытых пружин так и не нашел. Конечно, великолепный подбор миниатюр, точный язык, мягкий юмор, располагающая интонация, -- но все это вместе взятое не объясняет результат даже наполовину. Сын моего приятеля -- парню 14 лет -- выучил "Интуицию" почти наизусть. Измучил родителей вопросами, прочел гору дополнительной литературы. Понятно -- особый случай, но показательный! В целом ситуация, безусловно, мягче. Однако отзывы все положительные, а процент восторженных -- удивителен и необъясним.

"Лекции по математике" того же автора -- другое дело. Кое-кто из моих коллег принял их в штыки, поскольку система образования, естественно, противится нововведениям. Лишняя головная боль для преподавателя. Тем не менее, в результате итогового обсуждения -- первые два тома "Лекций" пришли к нам на отзыв -- В.Босс получил высший бал.

Лично мне "Лекции" нравятся даже больше, чем "Интуиция". Ясное и продуманное изложение предмета. Лаконичное до неправдоподобия, но без ущерба для содержания. Вот что по этому поводу пишет сам автор: *"Первая часть книги -- сжатый курс матанализа. Чуть более сотни страниц, но все есть". Некоторые детали, конечно, опускаются, но это не потери, а приобретения. Сбросив десяток лишних килограмм, человек выглядит лучше, живет интереснее. Так и здесь. Многие подробности мешают видеть суть. И освобождение от балласта, как ни странно, позволяет обсуждать принципиальные вопросы, на которые в толстых учебниках не хватает места".*

Первый опыт показывает, что студенты -- и сильные, и слабые -- благосклонно принимают "Лекции". В этом еще одна удивительная, хотя и понятная особенность изложения. Короткий и ясный взгляд на предмет, обсуждение мотивов, общая картина, -- нужны всем.

Наконец, я бы не писал в газету, если бы речь шла просто о хороших и даже очень хороших книгах. "Лекции" В.Босса, на мой взгляд, явление неординарное. Дело в том, что информационная лавина сейчас многое меняет. В результате, сложившаяся система образования подходит к критической точке. Конечно, как в доме накапливаются ненужные вещи, так и в образовании со временем укореняется масса атактизмов. Но хуже другое. То, без чего вроде бы нельзя обойтись, перестает помещаться в рамки. Поэтому необходимы новые подходы и принципы. "Лекции" обеспечивают прорыв в этом направлении.

## Из интервью с В.Боссом



-- Нельзя ли в двух словах о главной особенности "Лекций"?

-- Диалектика обучения -- во взаимодействии сторон. Понимание -- умение. Суть - детали. "Лекции" добиваются понимания.

-- Как?

-- Правдами и неправдами (*улыбается*). Очень важно, например, поместить проблему "целиком в кадр". Чтобы видно было "сразу все".

-- Объяснениями на пальцах?

-- Когда как, только "коротко и ясно". Упрощения, недомолвки. Но главное -- обнажение сути.

-- А что посоветуете, если завтра экзамен, а в голове пусто?

-- Таблетку димедрола.

В условиях информационного наводнения инструменты вчерашнего дня перестают работать. Поэтому учить надо как-то иначе. "Лекции" дают пример. Плохой ли, хороший -- покажет время. Но в любом случае, это продукт нового поколения. Те же "колеса", тот же "руль", та же математическая суть, -- но по-другому.

*В.Босс*

### Из отзывов читателей:

Чтобы усвоить предмет, надо освободить его от деталей, обнажить центральные конструкции, понять, как до теорем можно было додуматься. Это тяжелая работа, на которую не всегда хватает сил и времени. В "Лекциях" такая работа продельвается автором.

Популярность книг В.Босса легко объяснима. Дается то, чего недостает: общая картина, мотивация, взаимосвязи. И самое главное -- легкость вхождения в любую тему.

Содержание продумано и хорошо увязано. Громоздкие доказательства ужаты до нескольких строчек. Виртуозное владение языком.

## Об авторе





**БОСС В.**

Российский ученый, просветитель и популяризатор науки, заведующий сектором Института проблем управления Российской академии наук (ИПУ РАН); доктор физико-математических наук, профессор кафедры проблем управления Московского физико-технического института (МФТИ). Создатель и автор крупного Интернет-проекта «Школа Опойцева».

Практически вся его научная деятельность связана с работой в Институте проблем управления, где в качестве ведущего специалиста в области управления социальными и экономическими системами, статике и динамике сложных систем, он принимал участие во многих научно-прикладных программах и разработках. Руководил прикладными исследованиями для Госплана и Министерства связи СССР, а также крупной научно-исследовательской работой по расчету и оптимизации структуры бортовых вычислительных систем.

Талантливый лектор, Валерий Иванович всегда был увлечен просветительской деятельностью, часто разъезжал по стране, буквально — от Балтики до Камчатки, в качестве активного члена Общества «Знание» — «академии миллионов».

За время работы в Австралии (1998–2001) опубликовал множество статей по математике на английском языке и читал лекции для профессоров в Квинслендском университете.

Последние годы Валерий Иванович посвятил проекту «Школа Опойцева» — это книги, видеолекции и учебные материалы по математике и физике для высшего и школьного образования.

Он был убежден, что: «В условиях информационного наводнения инструменты вчерашнего дня перестают работать. Поэтому учить надо как-то иначе. „Лекции“ дают пример. Плохой ли, хороший — покажет время. Но в любом случае это продукт нового поколения. Те же „колеса“, тот же „руль“, та же математическая суть — но по-другому».