

Оглавление



Предисловие к "Лекциям"

Предисловие к двенадцатому тому

1 Интуиция как источник парадоксов

- 1.1. Противоречия "в" или "вне"
- 1.2. Существует ли логический дальтонизм
- 1.3. Инерция и неизобретательность
- 1.4. Иллюзии неразрешимости
- 1.5. Движение по накатанной
- 1.6. Портрет интуиции

2 Числа и множества

- 2.1. Актуальная бесконечность
- 2.2. Аксиома выбора
- 2.3. Парадокс Банаха--Тарского
- 2.4. Химеры на окружности
- 2.5. Разрезание группы поворотов
- 2.6. Дробление орбит и финиш
- 2.7. Разрывная линейная функция
- 2.8. Конструктивные числа
- 2.9. Последовательность Шпеккера
- 2.10. Замечания и дополнения

3 Мера и категория

- 3.1. Меры Жордана, Бореля и Лебега
- 3.2. Осечки наивного подхода
- 3.3. К определению линии и кривые Пеано
- 3.4. Множества Витали и Бернштейна
- 3.5. Категории Бэра
- 3.6. Измеримые функции
- 3.7. Факультативная экзотика

4 Классический анализ

- 4.1. Непрерывные странности
- 4.2. О несбыточности намерений
- 4.3. Скрытые "изъяны" гомеоморфизмов
- 4.4. Дифференциальные свойства
- 4.5. Интегрирование
- 4.6. Повторные пределы
- 4.7. Замечания и дополнения

5 Метрические пространства

- 5.1. Конечномерный прецедент
- 5.2. Циклические многогранники
- 5.3. Метрика и топология
- 5.4. О бесконечной размерности
- 5.5. Линейные операторы

- 5.6. Слабая сходимость
 - 5.7. Полная непрерывность
 - 5.8. Спектральные свойства
 - 5.9. Обусловленность и спектр
- 6 Теория вероятностей**
- 6.1. Простейшие неполадки
 - 6.2. Как теория создает заблуждения
 - 6.3. Подоплека независимости
 - 6.4. Корреляционные ляпсусы
 - 6.5. Проблемы в основаниях
 - 6.6. Сходимость случайных величин
- 7 Алгоритмическая неразрешимость**
- 7.1. Алгоритмы и вычислимость
 - 7.2. Перечислимость и разрешимость
 - 7.3. Диофантовы множества
 - О массовых алгоритмах
 - 7.4. Теоремы Гёделя
 - 7.5. Неформализуемость истины
 - 7.6. Неаксиоматизируемость арифметики
 - 7.7. Универсальные функции и нумерации
 - 7.8. Теорема Райса
- 8 Дискретная проблематика**
- 8.1. О разрешенных инструментах
 - 8.2. Парадокс Сколема
 - 8.3. Конечная природа счетности
 - 8.4. Арифметика Пеано
 - 8.5. Аксиоматика Цермело--Френкеля
 - 8.6. Гипотеза континуума
 - 8.7. **P против NP**
 - 8.8. Сюрреалистические достижения
- 9 Динамические системы**
- 9.1. Дуализм описания
 - 9.2. Устойчивость равновесия
 - 9.3. Связь локального с глобальным
 - 9.4. Бифуркации
 - 9.5. Феномен вибрации
 - 9.6. Внутренний резонанс
 - 9.7. Адиабатические процессы
 - 9.8. Управляемость
 - 9.9. АтTRACTоры и фракталы
 - 9.10. Волны и солитоны
- 10 Игры и теория голосования**
- 10.1. Сюрпризы смешанных стратегий
 - 10.2. Антагонистические игры

10.3. Нэшевские решения

10.4. Теорема Эрроу

11 Оптимизация

11.1. Морсовские седла

11.2. Взаимодействие экстремумов

11.3. Вариационное исчисление

12 Перечень фактов и определений

12.1. Интуиция как источник парадоксов

12.2. Числа и множества

12.3. Мера и категория

12.4. Классический анализ

12.5. Метрические пространства

12.6. Теория вероятностей

12.7. Алгоритмическая неразрешимость

12.8. Дискретная проблематика

12.9. Динамические системы

12.10. Игры и теория голосования

12.11. Оптимизация

Сокращения и обозначения

Литература

Предметный указатель

Предисловие к "Лекциям"



В математике -- что-то не так. Проще сказать, конечно, что все в порядке. Но вы-то чувствуете, что чего-то не хватает. То ли -- в избытке.

Для нормального изучения любого математического предмета необходимы, по крайней мере, 4 ингредиента:

- 1) живой учитель;
- 2) обычновенный подробный учебник;
- 3) рядовой задачник;
- 4) учебник, освобожденный от рутинны, но дающий общую картину, мотивы, связи, "что зачем".

До четвертого пункта у системы образования руки не доходили. Конечно, подобная задача иногда ставилась и решалась, но в большинстве случаев -- при параллельном исполнении функций обычновенного учебника. Акценты изНза перегрузки менялись, и намерения со второй-третьей главы начинали дрейфовать, не достигая результата. В виртуальном пространстве так бывает. Аналог объединения гантели с теннисной ракеткой перестает решать обе задачи, хотя это не сразу бросается в глаза.

"Лекции" ставят 4Ний пункт своей главной целью. Сопутствующая идея -- экономия слов и средств. Правда, на фоне деклараций о краткости и ясности изложения предполагаемое

издание около 20 томов может показаться тяжеловесным, но это связано с обширностью математики, а не с перегрузкой деталями.

Необходимо сказать, на кого рассчитано. Ответ "на всех" выглядит наивно, но он в какой-то мере отражает суть дела. Обозримый вид, обнаженные конструкции доказательств, -- такого сорта книги удобно иметь под рукой. Не секрет, что специалисты самой высокой категории тратят массу сил и времени на освоение математических секторов, лежащих за рамками собственной специализации. Здесь же ко многим проблемам предлагается короткая дорога, позволяющая быстро освоить новые области и освежить старые. Для начинающих "короткие дороги" тем более полезны, поскольку облегчают движение любыми другими путями.

В вопросе "на кого рассчитано", -- есть и другой аспект. На сильных или слабых? На средний вуз или физтех? Опять-таки выходит "на всех". Звучит странно, но речь не идет о регламентации кругозора. Простым языком, коротко и прозрачно описывается предмет. Из этого каждый извлечет свое и двинется дальше.

Наконец, последнее. В условиях информационного наводнения инструменты вчерашнего дня перестают работать. Не потому, что изучаемые дисциплинычересчур разрослись, а потому, что новых секторов жизни стало слишком много. И в этих условиях мало кто готов уделять много времени чему-то одному. Поэтому учить всему -- надо как-то иначе. "Лекции" дают пример. Плохой ли, хороший -- покажет время. Но в любом случае, это продукт нового поколения. Те же "колеса", тот же "руль", та же математическая суть, -- но по-другому.

Предисловие к двенадцатому тому



Математика состоит из двух вещей -- теорем и контрпримеров.
Д.Пойа

В этом мире между поворотными моментами все движется по инерции. Так и математика течет в рутине эпизодов, однако время от времени разбивается в фейерверк на крутых виражах. При этом формообразующая роль противоречий и неожиданностей не только управляет движением, но и питает эмоции, без которых суть невидима.

Далее собраны факты и положения, рассеянные по другим томам и территориям. В центре внимания -- осмысление, ибо цель состоит не в том, чтобы удивить фактурой, -- а в том, чтобы уловить, "какова роль, откуда проистекает и на что влияет". Акцент делается на тех примерах, где суть противоречит либо интуитивным представлениям, либо побочным эффектам образования в виде порочных стереотипов мышления.

О загадке бестселлеров В.Босса



Книгу В.Босса "Интуиция и математика" я перечитал три раза! Потом еще раз, чтобы разобраться, в чем дело, но скрытых пружин так и не нашел. Конечно, великолепный подбор миниатюр, точный язык, мягкий юмор, располагающая интонация, -- но все это вместе взятое не объясняет результат даже наполовину. Сын моего приятеля -- парню 14 лет -- выучил "Интуицию" почти наизусть. Измучил родителей вопросами, прочел гору дополнительной литературы. Понятно -- особый случай, но показательный! В целом

ситуация, безусловно, мягче. Однако отзывы все положительные, а процент восторженных -- удивителен и необъясним.

"Лекции по математике" того же автора -- другое дело. Кое-кто из моих коллег принял их в штыки, поскольку система образования, естественно, противится нововведениям. Лишняя головная боль для преподавателя. Тем не менее, в результате итогового обсуждения -- первые два тома "Лекций" пришли к нам на отзыв -- В.Босс получил высший бал.

Лично мне "Лекции" нравятся даже больше, чем "Интуиция". Ясное и продуманное изложение предмета. Лаконичное до неправдоподобия, но без ущерба для содержания. Вот что по этому поводу пишет сам автор: *"Первая часть книги -- сжатый курс математического анализа. Чуть более сотни страниц, но "все есть". Некоторые детали, конечно, опускаются, но это не потери, а приобретения. Сбросив десяток лишних килограмм, человек выглядит лучше, живет интереснее. Так и здесь. Многие подробности мешают видеть суть. И освобождение от балласта, как ни странно, позволяет обсуждать принципиальные вопросы, на которые в толстых учебниках не хватает места"*.

Первый опыт показывает, что студенты -- и сильные, и слабые -- благосклонно принимают "Лекции". В этом еще одна удивительная, хотя и понятная особенность изложения. Короткий и ясный взгляд на предмет, обсуждение мотивов, общая картина, -- нужны всем.

Наконец, я бы не писал в газету, если бы речь шла просто о хороших и даже очень хороших книгах. "Лекции" В.Босса, на мой взгляд, явление неординарное. Дело в том, что информационная лавина сейчас многое меняет. В результате, сложившаяся система образования подходит к критической точке. Конечно, как в доме накапливаются ненужные вещи, так и в образовании со временем укореняется масса атавизмов. Но хуже другое. То, без чего вроде бы нельзя обойтись, перестает помещаться в рамки. Поэтому необходимы новые подходы и принципы. "Лекции" обеспечивают прорыв в этом направлении.

Профессор МФТИ А.П.Афанасьев

Из интервью с В.Боссом



-- Нельзя ли в двух словах о главной особенности "Лекций"?

-- Диалектика обучения -- во взаимодействии сторон. Понимание -- умение. Суть -- детали. "Лекции" добиваются понимания.

-- Как?

-- Правдами и неправдами (*улыбается*). Очень важно, например, поместить проблему "целиком в кадр". Чтобы видно было "сразу все".

-- Объяснениями на пальцах?

-- Когда как, только "коротко и ясно". Упрощения, недомолвки. Но главное -- обнажение сути.

-- *А что посоветуете, если завтра экзамен, а в голове пусто?*

-- Таблетку димедрола.

В условиях информационного наводнения инструменты вчерашнего дня перестают работать. Поэтому учить надо как-то иначе. "Лекции" дают пример. Плохой ли, хороший -- покажет время. Но в любом случае, это продукт нового поколения. Те же "колеса", тот же "руль", та же математическая суть, -- но по-другому.

B.Boscс

Из отзывов читателей:

Чтобы усвоить предмет, надо освободить его от деталей, обнажить центральные конструкции, понять, как до теорем можно было додуматься. Это тяжелая работа, на которую не всегда хватает сил и времени. В "Лекциях" такая работа проделывается автором.

Популярность книг В.Босса легко объяснима. Даётся то, чего недостает: общая картина, мотивация, взаимосвязи. И самое главное -- легкость вхождения в любую тему.

Содержание продумано и хорошо увязано. Громоздкие доказательства ужаты до нескольких строчек. Виртуозное владение языком.

Об авторе



БОСС В.

Российский ученый, просветитель и популяризатор науки, заведующий сектором Института проблем управления Российской академии наук (ИПУ РАН); доктор физико-математических наук, профессор кафедры проблем управления Московского физико-технического института (МФТИ). Создатель и автор крупного Интернет-проекта «Школа Опойцева».

Практически вся его научная деятельность связана с работой в Институте проблем управления, где в качестве ведущего специалиста в области управления социальными и экономическими системами, статики и динамики сложных систем, он принимал участие

во многих научно-прикладных программах и разработках. Руководил прикладными исследованиями для Госплана и Министерства связи СССР, а также крупной научно-исследовательской работой по расчету и оптимизации структуры бортовых вычислительных систем.

Талантливый лектор, Валерий Иванович всегда был увлечен просветительской деятельностью, часто разъезжал по стране, буквально — от Балтики до Камчатки, в качестве активного члена Общества «Знание» — «академии миллионов».

За время работы в Австралии (1998–2001) опубликовал множество статей по математике на английском языке и читал лекции для профессоров в Квинслендском университете.

Последние годы Валерий Иванович посвятил проекту «Школа Опойцева» — это книги, видеолекции и учебные материалы по математике и физике для высшего и школьного образования.

Он был убежден, что: «В условиях информационного наводнения инструменты вчерашнего дня перестают работать. Поэтому учить надо как-то иначе. „Лекции“ дают пример. Плохой ли, хороший — покажет время. Но в любом случае это продукт нового поколения. Те же „колеса“, тот же „руль“, та же математическая суть — но по-другому».
