

**Предисловие к "Лекциям"****Предисловие к шестому тому****1 Алгоритмы и вычислимость**

- 1.1. Универсальные вычисления
- 1.2. Что такое алгоритм
- 1.3. Вычислимость
- 1.4. Примеры и комментарии
- 1.5. Проблема неопределенности
- 1.6. Перечислимые множества
- 1.7. Эффективные процедуры
- 1.8. Машины Тьюринга
- 1.9. О "внутренней кухне"
- 1.10. Рекурсивные функции
- 1.11. Диофантовы множества
- 1.12. Комментарии и дополнения

2 Неполнота арифметики

- 2.1. Теоремы Гёделя
- 2.2. Неформализуемость истины
- 2.3. Непротиворечивость
- 2.4. Неразрешимые уравнения
- 2.5. Об арифметических истинах
- 2.6. Можно ли помочь арифметике извне?
- 2.7. Доказательство второй теоремы Гёделя
- 2.8. Лингвистические парадоксы

3 Универсальные функции и нумерации

- 3.1. Универсальные функции
- 3.2. Универсальные множества
- 3.3. Изоморфизм гёделевских нумераций
- 3.4. Теорема о неподвижной точке
- 3.5. Теорема Райса
- 3.6. Нумерации и гёделизация

4 Доказуемость

- 4.1. Конфликт с определением истины
- 4.2. HSI-проблема Тарского
- 4.3. Нормальные алгоритмы Маркова
- 4.4. Системы Поста
- 4.5. Проблема эквивалентности слов
- 4.6. Таг-проблемы
- 4.7. Формальные грамматики
- 4.8. Теория и практика

5 Математическая логика

- 5.1. В чем состоит миссия
- 5.2. Переменные, связи и функции
- 5.3. Булева алгебра
- 5.4. Формулы, высказывания, предикаты
- 5.5. Синтаксис и семантика
- 5.6. Исчисление высказываний
- 5.7. Языки первого уровня

- 5.8. Интерпретации и модели
- 5.9. Язык арифметики
- 5.10. Арифметичность вычислимых функций
- 5.11. Запрещенные средства
- 5.12. Комментарии

6 Диофантов язык и десятая проблема Гильберта

- 6.1. Диофантовы множества и функции
- 6.2. Неразрешимые проблемы
- 6.3. Универсальный многочлен
- 6.4. Технические результаты
- 6.5. Дополнения

7 Конструктивная математика

- 7.1. Конструктивные числа
- 7.2. Последовательность Шпеккера
- 7.3. Конфликт с аксиомой выбора
- 7.4. Актуальная бесконечность
- 7.5. Инструмент или реальность

8 Аксиоматические теории

- 8.1. Арифметика Пеано
- 8.2. Парадокс категоричности
- 8.3. Аксиоматика Цермело--Френкеля
- 8.4. Неевклидова геометрия
- 8.5. Гипотеза континуума

9 Теория моделей

- 9.1. Логический аспект
- 9.2. Что стоит за результатами Генцена
- 9.3. Парадокс Сколема
- 9.4. Модели булевых структур
- 9.5. Как модель разрушает схему
- 9.6. Абстрактные и конкретные модели
- 9.7. В чем состоит общая идея
- 9.8. Конечные базисы

10 Степени неразрешимости

- 10.1. Сводимость
- 10.2. Продуктивность и креативность
- 10.3. Иммунные множества
- 10.4. Вычисления с оракулом
- 10.5. Тьюринговы степени
- 10.6. Иерархия степеней

11 Сводка определений и результатов

- 11.1. Алгоритмы и вычислимость
- 11.2. Неполнота арифметики
- 11.3. Универсальные функции и нумерации
- 11.4. Доказуемость
- 11.5. Математическая логика
- 11.6. Диофантов язык и десятая проблема Гильберта
- 11.7. Конструктивная математика
- 11.8. Аксиоматические теории
- 11.9. Теория моделей
- 11.10. Степени неразрешимости

Предисловие к "Лекциям"



Отвлекаясь по дороге в баню на поездку в Сочи, забываешь куда идешь.

Для нормального изучения любого математического предмета необходимы, по крайней мере, 4 ингредиента:

- 1) живой учитель;
- 2) обыкновенный подробный учебник;
- 3) рядовой задачник;
- 4) учебник, освобожденный от рутины, но дающий общую картину, мотивы, связи, "что зачем".

До четвертого пункта у системы образования руки не доходили. Конечно, подобная задача иногда ставилась и решалась, но в большинстве случаев -- при параллельном исполнении функций обыкновенного учебника. Акценты из-за перегрузки менялись, и намерения со второй-третьей главы начинали дрейфовать, не достигая результата. В виртуальном пространстве так бывает. Аналог объединения гантели с теннисной ракеткой перестает решать обе задачи, хотя это не сразу бросается в глаза.

"Лекции" ставят 4-й пункт своей главной целью. Сопутствующая идея -- экономия слов и средств. Правда, на фоне деклараций о краткости и ясности изложения предполагаемое издание около 20 томов может показаться тяжеловесным, но это связано с обширностью математики, а не с перегрузкой деталями.

Необходимо сказать, на кого рассчитано. Ответ "на всех" выглядит наивно, но он в какой-то мере отражает суть дела. Обозримый вид, обнаженные конструкции доказательств, -- такого сорта книги удобно иметь под рукой. Не секрет, что специалисты самой высокой категории тратят массу сил и времени на освоение математических секторов, лежащих за рамками собственной специализации. Здесь же ко многим проблемам предлагается короткая дорога, позволяющая быстро освоить новые области и освежить старые. Для начинающих "короткие дороги" тем более полезны, поскольку облегчают движение любыми другими путями.

В вопросе "на кого рассчитано", -- есть и другой аспект. На сильных или слабых? На средний вуз или физтех? Опять-таки выходит "на всех". Звучит странно, но речь не идет о регламентации кругозора. Простым языком, коротко и прозрачно описывается предмет. Из этого каждый извлечет свое и двинется дальше.

Наконец, последнее. В условиях информационного наводнения инструменты вчерашнего дня перестают работать. Не потому, что изучаемые дисциплины чересчур разрослись, а потому, что новых секторов жизни стало слишком много. И в этих условиях мало кто готов уделять много времени чему-то одному. Поэтому учить всему -- надо как-то иначе. "Лекции" дают пример. Плохой ли, хороший -- покажет время. Но в любом случае, это продукт нового поколения. Те же "колеса", тот же "руль", та же математическая суть, -- но по-другому.

Предисловие к шестому тому



Фундамент нужен не потому, что в подвале жить хорошо.

Диапазон "от Диофанта до Тьюринга" подразумевается смысловой. Короче, речь идет о дискретной математике в той ее части, которая касается "оснований". Вычислимость, доказуемость, теоремы Гёделя, неразрешимые проблемы, -- вот круг вопросов, определяющих русло изложения.

Что касается мотивации, то в обычном понимании ее нет, поскольку основания математики то и дело натываются на непреодолимые преграды, оставаясь, как говорится, при своих. Но чего, собственно, ожидать на краю? На грани, где возможное переходит в невозможное, жизнь -- в смерть, теорема -- в парадокс. По сути -- ожидать нечего. Однако, как и в поиске смысла жизни, основную роль здесь играют побочные эффекты.

О загадке бестселлеров В.Босса



Книгу В.Босса "Интуиция и математика" я перечитал три раза! Потом еще раз, чтобы разобраться, в чем дело, но скрытых пружин так и не нашел. Конечно, великолепный подбор миниатюр, точный язык, мягкий юмор, располагающая интонация, -- но все это вместе взятое не объясняет результат даже наполовину. Сын моего приятеля -- парню 14 лет -- выучил "Интуицию" почти наизусть. Измучил родителей вопросами, прочел гору дополнительной литературы. Понятно -- особый случай, но показательный! В целом ситуация, безусловно, мягче. Однако отзывы все положительные, а процент восторженных -- удивителен и необъясним.

"Лекции по математике" того же автора -- другое дело. Кое-кто из моих коллег принял их в штыки, поскольку система образования, естественно, противится нововведениям. Лишняя головная боль для преподавателя. Тем не менее, в результате итогового обсуждения -- первые два тома "Лекций" пришли к нам на отзыв -- В.Босс получил высший бал.

Лично мне "Лекции" нравятся даже больше, чем "Интуиция". Ясное и продуманное изложение предмета. Лаконичное до неправдоподобия, но без ущерба для содержания. Вот что по этому поводу пишет сам автор: *"Первая часть книги -- сжатый курс матанализа. Чушь более сотни страниц, но все есть". Некоторые детали, конечно, опускаются, но это не потери, а приобретения. Сбросив десяток лишних килограмм, человек выглядит лучше, живет интереснее. Так и здесь. Многие подробности мешают видеть суть. И освобождение от балласта, как ни странно, позволяет обсуждать принципиальные вопросы, на которые в толстых учебниках не хватает места".*

Первый опыт показывает, что студенты -- и сильные, и слабые -- благосклонно принимают "Лекции". В этом еще одна удивительная, хотя и понятная особенность изложения. Короткий и ясный взгляд на предмет, обсуждение мотивов, общая картина, -- нужны всем.

Наконец, я бы не писал в газету, если бы речь шла просто о хороших и даже очень хороших книгах. "Лекции" В.Босса, на мой взгляд, явление неординарное. Дело в том, что информационная лавина сейчас многое меняет. В результате, сложившаяся система образования подходит к критической точке. Конечно, как в доме накапливаются ненужные вещи, так и в образовании со временем укореняется масса атавизмов. Но хуже другое. То, без чего вроде бы нельзя обойтись, перестает помещаться в рамки. Поэтому необходимы новые подходы и принципы. "Лекции" обеспечивают прорыв в этом направлении.

Профессор МФТИ А.П.Афанасьев

Из интервью с В.Боссом



-- *Нельзя ли в двух словах о главной особенности "Лекций"?*

-- Диалектика обучения -- во взаимодействии сторон. Понимание -- умение. Суть -- детали. "Лекции" добиваются понимания.

-- Как?

-- Правдами и неправдами (*улыбается*). Очень важно, например, поместить проблему "целиком в кадр". Чтобы видно было "сразу все".

-- Объяснениями на пальцах?

-- Когда как, только "коротко и ясно". Упрощения, недомолвки. Но главное -- обнажение сути.

-- А что посоветуете, если завтра экзамен, а в голове пусто?

-- Таблетку димедрола.

В условиях информационного наводнения инструменты вчерашнего дня перестают работать. Поэтому учить надо как-то иначе. "Лекции" дают пример. Плохой ли, хороший -- покажет время. Но в любом случае, это продукт нового поколения. Те же "колеса", тот же "руль", та же математическая суть, -- но по-другому.

В.Босс

Чтобы усвоить предмет, надо освободить его от деталей, обнажить центральные конструкции, понять, как до теорем можно было додуматься. Это тяжелая работа, на которую не всегда хватает сил и времени. В "Лекциях" такая работа продельвается автором.

Популярность книг В. Босса среди преподавателей легко объяснима. Дается то, чего недостает. Общая картина, мотивация, взаимосвязи. И самое главное -- легкость вхождения в любую тему.

Содержание продумано и хорошо увязано. Громоздкие доказательства ужаты до нескольких строчек. Виртуозное владение языком. Что касается замысла изложить всю математику в 20 томах, с трудом верится, что это по силам одному человеку.

Лекции В. Босса -- замечательные математические книги. Как учебные пособия, они не всегда отвечают канонам преподавания, но студентам это почему-то нравится.

Об авторе



БОСС В.

Российский ученый, просветитель и популяризатор науки, заведующий сектором Института проблем управления Российской академии наук (ИПУ РАН); доктор физико-математических наук,

профессор кафедры проблем управления Московского физико-технического института (МФТИ). Создатель и автор крупного Интернет-проекта «Школа Опойцева».

Практически вся его научная деятельность связана с работой в Институте проблем управления, где в качестве ведущего специалиста в области управления социальными и экономическими системами, статике и динамики сложных систем, он принимал участие во многих научно-прикладных программах и разработках. Руководил прикладными исследованиями для Госплана и Министерства связи СССР, а также крупной научно-исследовательской работой по расчету и оптимизации структуры бортовых вычислительных систем.

Талантливый лектор, Валерий Иванович всегда был увлечен просветительской деятельностью, часто разъезжал по стране, буквально — от Балтики до Камчатки, в качестве активного члена Общества «Знание» — «академии миллионов».

За время работы в Австралии (1998–2001) опубликовал множество статей по математике на английском языке и читал лекции для профессоров в Квинслендском университете.

Последние годы Валерий Иванович посвятил проекту «Школа Опойцева» — это книги, видеолекции и учебные материалы по математике и физике для высшего и школьного образования.

Он был убежден, что: «В условиях информационного наводнения инструменты вчерашнего дня перестают работать. Поэтому учить надо как-то иначе. „Лекции“ дают пример. Плохой ли, хороший — покажет время. Но в любом случае это продукт нового поколения. Те же „колеса“, тот же „руль“, та же математическая суть — но по-другому».