

**Предисловие к "Лекциям"****Предисловие к седьмому тому****1 Критические точки и градиентные поля**

- 1.1. Безусловный экстремум
- 1.2. Достаточные условия
- 1.3. Градиентные поля
- 1.4. Минимум бифуркации
- 1.5. Глобальный оптимум
- 1.6. Деформации градиентных систем
- 1.7. Топология градиентного поля
- 1.8. Комментарии и дополнения

2 Условная минимизация

- 2.1. Условный экстремум
- 2.2. Общий случай
- 2.3. Нелинейное программирование
- 2.4. Вопросы существования
- 2.5. Достаточные условия
- 2.6. Интерпретация множителей Лагранжа
- 2.7. "Двойственные" задачи
- 2.8. Принцип Ле Шателье--Самуэльсона
- 2.9. Штрафные функции
- 2.10. Механика и обобщенные координаты
- 2.11. Примеры

3 Выпуклый анализ

- 3.1. Векторы и матрицы
- 3.2. Выпуклые множества и конусы
- 3.3. Выпуклые функции
- 3.4. Субградиент и субдифференциал
- 3.5. Сопряженные функции
- 3.6. Теорема Хелли

4 Выпуклое программирование

- 4.1. Теорема Куна--Таккера
- 4.2. Двойственность
- 4.3. Теорема о минимаксе
- 4.4. Разрешимость неравенств
- 4.5. Линейное программирование
- 4.6. Геометрическая интерпретация
- 4.7. Двойственность линейных задач
- 4.8. Экономическая интерпретация
- 4.9. Транспортная задача
- 4.10. Максимальный поток в сети
- 4.11. Симплекс-метод и алгоритм Хачияна

4.12. Квадратичное программирование

5 Теория игр

- 5.1. Смешанные стратегии
- 5.2. Равновесие по Нэшу
- 5.3. Метаигровой синтез
- 5.4. Оптимум Парето

6 Бифуркации и катастрофы

- 6.1. Скачкообразные изменения
- 6.2. Хвосты и струи
- 6.3. Лемма Морса
- 6.4. Эквивалентность особенностей
- 6.5. Грубость и трансверсальность
- 6.6. Структурно устойчивые семейства
- 6.7. Спекуляции и приложения
- 6.8. Дополнение

7 Вариационное исчисление

- 7.1. Классические задачи
- 7.2. Уравнение Эйлера
- 7.3. Преимущества наивной теории
- 7.4. Условия второго порядка
- 7.5. Достаточные условия
- 7.6. Свободные концы и трансверсальность
- 7.7. Изопериметрические задачи
- 7.8. Условный экстремум
- 7.9. Гамильтонов формализм
- 7.10. Взаимная сводимость задач
- 7.11. Проблема существования

8 Задачи оптимального управления

- 8.1. Принятые стандарты
- 8.2. Принцип максимума
- 8.3. Линейные системы
- 8.4. Системы с дискретным временем
- 8.5. Динамическое программирование
- 8.6. Многошаговые процессы
- 8.7. Критические пути и сетевые графики

9 Негладкая оптимизация

- 9.1. Гуманитарные аспекты
- 9.2. Субдифференциал Кларка
- 9.3. Барьер дифференцируемости

10 Численные методы

- 10.1. Градиентные алгоритмы
- 10.2. Себестоимость комфорта
- 10.3. Метод Ньютона--Канторовича

- 10.4. Метод сопряженных градиентов
- 10.5. Почему трудно сделать хороший автомобиль

11 Задачи большой размерности

- 11.1. Оптимизация и агрегирование
- 11.2. Согласование задач
- 11.3. Термодинамические потенциалы
- 11.4. Реакция на внешние воздействия
- 11.5. Оптимизация и неопределенность

12 Сводка определений и результатов

- 12.1. Критические точки и градиентные поля
- 12.2. Условная минимизация
- 12.3. Выпуклый анализ
- 12.4. Выпуклое программирование
- 12.5. Теория игр
- 12.6. Бифуркации и катастрофы
- 12.7. Вариационное исчисление
- 12.8. Задачи оптимального управления
- 12.9. Негладкая оптимизация
- 12.10. Градиентные методы
- 12.11. Задачи большой размерности

Сокращения и обозначения

Литература

Предметный указатель

Предисловие к "Лекциям"



Если человек не понимает проблемы, он пишет много формул.
Нильс Бор

Для нормального изучения любого математического предмета необходимы, по крайней мере, 4 ингредиента:

- 1) *живой учитель;*
- 2) *обыкновенный подробный учебник;*
- 3) *рядовой задачник;*
- 4) *учебник, освобожденный от рутины, но дающий общую картину, мотивы, связи, "что зачем".*

До четвертого пункта у системы образования руки не доходили. Конечно, подобная задача иногда ставилась и решалась, но в большинстве случаев -- при параллельном исполнении функций обыкновенного учебника. Акценты из-за перегрузки менялись, и намерения со второй-третьей главы начинали дрейфовать, не достигая результата. В виртуальном пространстве так бывает. Аналог объединения гантели с теннисной ракеткой перестает решать обе задачи, хотя это не сразу бросается в глаза.

"Лекции" ставят 4-й пункт своей главной целью. Сопутствующая идея -- экономия слов и средств. Правда, на фоне деклараций о краткости и ясности изложения предполагаемое издание около 20

томов может показаться тяжеловесным, но это связано с обширностью математики, а не с перегрузкой деталями.

Необходимо сказать, на кого рассчитано. Ответ "на всех" выглядит наивно, но он в какой-то мере отражает суть дела. Обозримый вид, обнаженные конструкции доказательств, -- такого сорта книги удобно иметь под рукой. Не секрет, что специалисты самой высокой категории тратят массу сил и времени на освоение математических секторов, лежащих за рамками собственной специализации. Здесь же ко многим проблемам предлагается короткая дорога, позволяющая быстро освоить новые области и освежить старые. Для начинающих "короткие дороги" тем более полезны, поскольку облегчают движение любыми другими путями.

В вопросе "на кого рассчитано", -- есть и другой аспект. На сильных или слабых? На средний вуз или физтех? Опять-таки выходит "на всех". Звучит странно, но речь не идет о регламентации кругозора. Простым языком, коротко и прозрачно описывается предмет. Из этого каждый извлечет свое и двинется дальше.

Наконец, последнее. В условиях информационного наводнения инструменты вчерашнего дня перестают работать. Не потому, что изучаемые дисциплины чересчур разрослись, а потому, что новых секторов жизни стало слишком много. И в этих условиях мало кто готов уделять много времени чему-то одному. Поэтому учить всему -- надо как-то иначе. "Лекции" дают пример. Плохой ли, хороший -- покажет время. Но в любом случае, это продукт нового поколения. Те же "колеса", тот же "руль", та же математическая суть, -- но по-другому.

Предисловие к седьмому тому



Жизнь под предлогом оптимизации компенсирует непонимание сути.

Поле непрерывных экстремальных задач на данный момент хорошо перепаханно. "Самородки" с поверхности более-менее подобраны, но притягательный потенциал области все же сохраняется, поскольку оптимизация часто оказывается единственным способом придать задаче осмысленный вид.

Что касается литературы, ситуация ухудшается обычным образом. Чем более высоких стандартов достигает теория, тем непонятнее становятся книги. А для написания простых учебников недостает энтузиазма и вдохновения, присущих этапу рождения идеологии и снятия пенек. Данный курс имеет целью восполнить дефицит по части простого и ясного изложения предмета.

О загадке бестселлеров В.Босса



Книгу В.Босса "Интуиция и математика" я перечитал три раза! Потом еще раз, чтобы разобраться, в чем дело, но скрытых пружин так и не нашел. Конечно, великолепный подбор миниатюр, точный язык, мягкий юмор, располагающая интонация, -- но все это вместе взятое не объясняет результат даже наполовину. Сын моего приятеля -- парню 14 лет -- выучил "Интуицию" почти наизусть. Измучил родителей вопросами, прочел гору дополнительной литературы. Понятно -- особый случай, но показательный! В целом ситуация, безусловно, мягче. Однако отзывы все положительные, а процент восторженных -- удивителен и необъясним.

"Лекции по математике" того же автора -- другое дело. Кое-кто из моих коллег принял их в штыки, поскольку система образования, естественно, противится нововведениям. Лишняя головная боль для преподавателя. Тем не менее, в результате итогового обсуждения -- первые два тома "Лекций" пришли к нам на отзыв -- В.Босс получил высший бал.

Лично мне "Лекции" нравятся даже больше, чем "Интуиция". Ясное и продуманное изложение предмета. Лаконичное до неправдоподобия, но без ущерба для содержания. Вот что по этому поводу пишет сам автор: *"Первая часть книги -- сжатый курс матанализа. Чуть более сотни страниц, но "все есть". Некоторые детали, конечно, опускаются, но это не потери, а приобретения. Сбросив десяток лишних килограмм, человек выглядит лучше, живет*

интереснее. Так и здесь. Многие подробности мешают видеть суть. И освобождение от балласта, как ни странно, позволяет обсуждать принципиальные вопросы, на которые в толстых учебниках не хватает места".

Первый опыт показывает, что студенты -- и сильные, и слабые -- благосклонно принимают "Лекции". В этом еще одна удивительная, хотя и понятная особенность изложения. Короткий и ясный взгляд на предмет, обсуждение мотивов, общая картина, -- нужны всем.

Наконец, я бы не писал в газету, если бы речь шла просто о хороших и даже очень хороших книгах. "Лекции" В.Босса, на мой взгляд, явление неординарное. Дело в том, что информационная лавина сейчас многое меняет. В результате, сложившаяся система образования подходит к критической точке. Конечно, как в доме накапливаются ненужные вещи, так и в образовании со временем укореняется масса атавизмов. Но хуже другое. То, без чего вроде бы нельзя обойтись, перестает помещаться в рамки. Поэтому необходимы новые подходы и принципы. "Лекции" обеспечивают прорыв в этом направлении.

Профессор МФТИ А.П.Афанасьев

Из интервью с В.Боссом



-- Нельзя ли в двух словах о главной особенности "Лекций"?

-- Диалектика обучения -- во взаимодействии сторон. Понимание -- умение. Суть -- детали. "Лекции" добиваются понимания.

-- Как?

-- Правдами и неправдами (*улыбается*). Очень важно, например, поместить проблему "целиком в кадр". Чтобы видно было "сразу все".

-- Объяснениями на пальцах?

-- Когда как, только "коротко и ясно". Упрощения, недомолвки. Но главное -- обнажение сути.

-- А что посоветуете, если завтра экзамен, а в голове пусто?

-- Таблетку димедрола.

В условиях информационного наводнения инструменты вчерашнего дня перестают работать. Поэтому учить надо как-то иначе. "Лекции" дают пример. Плохой ли, хороший -- покажет время. Но в любом случае, это продукт нового поколения. Те же "колеса", тот же "руль", та же математическая суть, -- но по-другому.

В.Босс

Чтобы усвоить предмет, надо освободить его от деталей, обнажить центральные конструкции, понять, как до теорем можно было додуматься. Это тяжелая работа, на которую не всегда хватает сил и времени. В "Лекциях" такая работа делается автором.

Популярность книг В. Босса среди преподавателей легко объяснима. Дается то, чего недостает. Общая картина, мотивация, взаимосвязи. И самое главное -- легкость вхождения в любую тему.

Содержание продумано и хорошо увязано. Громоздкие доказательства ужаты до нескольких строчек. Virtuозное владение языком. Что касается замысла изложить всю математику в 20 томах, с трудом верится, что это по силам одному человеку.

Лекции В. Босса -- замечательные математические книги. Как учебные пособия, они не всегда отвечают канонам преподавания, но студентам это почему-то нравится.

Об авторе



БОСС В.

Российский ученый, просветитель и популяризатор науки, заведующий сектором Института проблем управления Российской академии наук (ИПУ РАН); доктор физико-математических наук, профессор кафедры проблем управления Московского физико-технического института (МФТИ). Создатель и автор крупного Интернет-проекта «Школа Опойцева».

Практически вся его научная деятельность связана с работой в Институте проблем управления, где в качестве ведущего специалиста в области управления социальными и экономическими системами, статистики и динамики сложных систем, он принимал участие во многих научно-прикладных программах и разработках. Руководил прикладными исследованиями для Госплана и Министерства связи СССР, а также крупной научно-исследовательской работой по расчету и оптимизации структуры бортовых вычислительных систем.

Талантливый лектор, Валерий Иванович всегда был увлечен просветительской деятельностью, часто разъезжал по стране, буквально — от Балтики до Камчатки, в качестве активного члена Общества «Знание» — «академии миллионов».

За время работы в Австралии (1998–2001) опубликовал множество статей по математике на английском языке и читал лекции для профессоров в Квинслендском университете.

Последние годы Валерий Иванович посвятил проекту «Школа Опойцева» — это книги, видеолекции и учебные материалы по математике и физике для высшего и школьного образования.

Он был убежден, что: «В условиях информационного наводнения инструменты вчерашнего дня перестают работать. Поэтому учить надо как-то иначе. „Лекции“ дают пример. Плохой ли, хороший — покажет время. Но в любом случае это продукт нового поколения. Те же „колеса“, тот же „руль“, та же математическая суть — но по-другому».