



## Предисловие

### 1. Конечномерная доктрина

- 1.1 Оптимизация в  $\mathbb{R}^n$
- 1.2 Безусловный экстремум
- 1.3 Достаточные условия
- 1.4 О закоулках оптимизации
- 1.5 Условный экстремум
- 1.6 Общий случай
- 1.7 Нелинейное программирование
- 1.8 Достаточные условия
- 1.9 Интерпретация множителей Лагранжа
- 1.10 Двойственные задачи
- 1.11 Функциональные параллели
- 1.12 Механическое толкование оптимума

### 2. Ойкумена выпуклости

- 2.1 Выпуклые множества и конусы
- 2.2 Конусы в оптимизации
- 2.3 Отделимость и опорные гиперплоскости
- 2.4 Выпуклые функции
- 2.5 Субградиент и субдифференциал
- 2.6 Сопряжённые функции
- 2.7 Теорема Куна -- Таккера, двойственность
- 2.8 Теорема о минимаксе

### 3. Линейное программирование

- 3.1 Постановка задачи
- 3.2 Экономическая интерпретация
- 3.3 Частные случаи
- 3.4 О понятии длины описания
- 3.5 Алгоритмы ЛП
- 3.6 Феномен целочисленных вершин

### 4. Принцип максимума Понтрягина

- 4.1 Задача быстрогодействия
- 4.2 Феномен оптимального управления
- 4.3 Общая постановка и основная теорема
- 4.4 Как это работает
- 4.5 Линейные системы
- 4.6 Как на всё это смотреть

5. Схема Дубовицкого -  
- Милютин

и шатры Болтянского

5.1	Опорные конусы в оптимизации
5.2	Роль сопряжённых переменных
5.3	Игольчатые вариации
5.4	Задача Майера
5.5	Условия трансверсальности

## **6. Вариационные истоки**

6.1	Вариационные пружины управления
6.2	Классика вариационного исчисления
6.3	Свободные концы и трансверсальность
6.4	Задачи на условный экстремум
6.5	Принцип максимума
6.6	Динамическое программирование
6.7	Барьер дифференцируемости
6.8	Проблема существования решения

## **7. Дискретная оптимизация**

7.1	Дискретные задачи
7.2	Задачи на графах
7.3	Целочисленное программирование
7.4	Логические задачи
7.5	Динамическое программирование Беллмана
7.6	Сетевые графики
7.7	Оптимальные пути

## **8. P- и NP-задачи**

8.1	Классы P и NP
8.2	Универсальная переборная задача
8.3	Теорема Кука и класс NPC
8.4	Сильная NP-полнота
8.5	Особая роль задачи ЛП
8.6	О комбинаторных источниках

## **9. Численные методы**

9.1	Движение по градиенту
9.2	Метод сопряжённых градиентов
9.3	О специфике линейных систем
9.4	Сетевое программирование Буркова
9.5	Жадный алгоритм и матроиды
9.6	Приближённые алгоритмы
9.7	Метод ветвей и границ
9.8	О задаче ЦЛП

## **10. Дополнения**

10.1	Разрешимость линейных неравенств
10.2	Условия второго порядка
10.3	Субдифференциал Кларка
10.4	Оптимизация и агрегирование
10.5	Оптимизация и неопределённость
10.6	Доказательство теоремы Кука
10.7	Подход Левина к NP-полноте
10.8	Прогнозы насчёт $P = NP$

## Сокращения и обозначения

### Об авторе



**БОСС В.**

Российский ученый, просветитель и популяризатор науки, заведующий сектором Института проблем управления Российской академии наук (ИПУ РАН); доктор физико-математических наук, профессор кафедры проблем управления Московского физико-технического института (МФТИ). Создатель и автор крупного Интернет-проекта «Школа Опейцева».

Практически вся его научная деятельность связана с работой в Институте проблем управления, где в качестве ведущего специалиста в области управления социальными и экономическими системами, статике и динамики сложных систем, он принимал участие во многих научно-прикладных программах и разработках. Руководил прикладными исследованиями для Госплана и Министерства связи СССР, а также крупной научно-исследовательской работой по расчету и оптимизации структуры бортовых вычислительных систем.

Талантливый лектор, Валерий Иванович всегда был увлечен просветительской деятельностью, часто разъезжал по стране, буквально — от Балтики до Камчатки, в качестве активного члена Общества «Знание» — «академии миллионов».

За время работы в Австралии (1998–2001) опубликовал множество статей по математике на английском языке и читал лекции для профессоров в Квинслендском университете.

Последние годы Валерий Иванович посвятил проекту «Школа Опейцева» — это книги, видеолекции и учебные материалы по математике и физике для высшего и школьного образования.

Он был убежден, что: «В условиях информационного наводнения инструменты вчерашнего дня перестают работать. Поэтому учить надо как-то иначе. „Лекции“ дают пример. Плохой ли, хороший — покажет время. Но в любом случае это продукт нового поколения. Те же „колеса“, тот же „руль“, та же математическая суть — но по-другому»