

## Оглавление



**Предисловие к серии**

**Предисловие к третьему изданию**

**Предисловие ко второму изданию**

**Предисловие к первому изданию**

**Глава 1. Тензоры в трехмерном евклидовом пространстве**

- § 1. Одновалентные тензоры
- § 2. Понятие о двухвалентном тензоре
- § 3. Двухвалентный тензор как аффинор
- § 4. Многовалентные тензоры. Тензорная алгебра
- § 5. Кососимметрические тензоры
- § 6. Получение инвариантов с помощью кососимметрических тензоров
- § 7. Симметрический аффинор
- § 8. Разложение аффинора на симметрическую и кососимметрическую части
- § 9. Тензорные поля
- § 10. Дифференцирование тензора поля
- § 11. Дифференцирование одновалентного тензора
- § 12. Кинематическое истолкование векторного поля и его производного аффинора
- § 13. Малая деформация твердого тела
- § 14. Тензор напряжений
- § 15. Зависимость тензора напряжений от тензора деформаций
- § 16. Поток векторного поля через поверхность
- § 17. Поток аффинорного поля через поверхность
- § 18. Теорема Остроградского
- § 19. Основные уравнения гидродинамики
- § 20. Дифференциальные уравнения теории упругости в перемещениях

**Глава 2. Аффинное пространство  $n$  измерений**

- § 21. Точечно-векторная аксиоматика аффинного пространства
- § 22. Точечно-векторная аксиоматика аффинного пространства (окончание)
- § 23. Аффинная координатная система
- § 24. Преобразование аффинного репера
- § 25. Задача тензорного исчисления
- § 26. Понятие о ковариантном тензоре
- § 27. Общее понятие о тензоре
- § 28. Сложение тензоров
- § 29. Умножение тензоров
- § 30. Свертывание тензора
- § 31. Операция подстановки индексов
- § 32. Степень произвола в выборе тензора данного строения
- § 33. Об  $m$ -мерных плоскостях в  $n$ -мерном аффинном пространстве
- § 34. Бивектор и задание двумерной плоскости
- § 35. Основные свойства  $m$ -векторов
- § 36. Ориентация в  $n$ -мерном аффинном пространстве
- § 37. Измерение объемов
- § 38. Тензорные поля

**Глава 3. Евклидово пространство  $n$  измерений**

- § 39. Понятие о евклидовом пространстве
- § 40. Тензорная алгебра в евклидовом пространстве
- § 41. Плоскости в  $n$ -мерном евклидовом пространстве

- § 42. Ортонормированный репер
- § 43. Собственно евклидовы пространства
- § 44. Двумерное псевдоевклидово пространство
- § 45. Вращение ортонормированного репера в псевдоевклидовой плоскости
- § 46. Измерение площадей и углов на псевдоевклидовой плоскости
- § 47. Трехмерное псевдоевклидово пространство индекса 1
- § 48.  $n$ -мерное псевдоевклидово пространство индекса 1
- § 49. Ортогональные преобразования
- § 50. Псевдоортогональные преобразования
- § 51\*. Квазиаффинная и аффинная группы преобразований
- § 52\*. Группа квазидвижений и группа движений в евклидовом пространстве  
Вложение вещественных евклидовых пространств в комплексное евклидово пространство
- § 53\*. Измерение объемов в вещественном евклидовом пространстве
- § 54\*. Понятие о геометрическом объекте
- § 55\*. Линейные геометрические объекты в аффинном и евклидовом пространствах
- § 56\*. Спинорное пространство
- § 57\*. Спиноры в четырехмерном комплексном евклидовом пространстве  $R^4$
- § 58\*. Спиноры в четырехмерном псевдоевклидовом пространстве индекса 1
- § 59\*. Спиноры в четырехмерном псевдоевклидовом пространстве индекса 1
- § 60\*. Спинорное поле и инвариантная дифференциальная операция  $D^{\lambda \mu}$

#### **Глава 4. Математические основы специальной теории относительности**

- § 61. Постановка задачи
- § 62. Пространство событий
- § 63. Формулы Лоренца
- § 64. Исследование формул Лоренца
- § 65. Кривые в вещественном евклидовом пространстве
- § 66. Кинематика теории относительности в геометрическом истолковании
- § 67. Динамика точки
- § 68. Плотность масс, плотность заряда, вектор плотности тока
- § 69. Электромагнитное поле
- § 70. Уравнения Максвелла
- § 71. Тензор энергии-импульса
- § 72. Закон сохранения энергии и импульса
- § 73. Дивергенция тензора энергии-импульса электромагнитного поля
- § 74\*. Волновое уравнение Дирака для свободного электрона

#### **Указатель обозначений**

#### **Предметный указатель**

#### **Предисловие к третьему изданию**



Третье издание практически не отличается от второго; сделаны лишь мелкие редакционные изменения.

*П.К.Рашевский*

#### **Предисловие ко второму изданию**



Предисловие ко второму изданию

Второе издание отличается от первого лишь некоторыми небольшими добавлениями, а также редакционными изменениями. Существенно переработаны лишь §§ 57\*-59\* (основы теории спиноров); здесь изложение сильно упрощено и в то же время несколько дополнено.

## Предисловие к первому изданию



По своему характеру эта книга гораздо ближе к учебнику, чем к монографии, предназначеннной для специалистов. Это сказывается прежде всего в выборе материала: автор стремился дать лишь действительно основное и важнейшее в рассматриваемой области, но зато в развернутом изложении со всесторонним освещением предмета.

По характеру изложения книга должна быть вполне доступна студенту III курса университета.

Другой характерной чертой книги являются выходы из области тензорного анализа и римановой геометрии в механику и физику; эти выходы автор старался указывать везде, где это было возможно. Как известно, наиболее замечательные приложения тензорный анализ и риманова геометрия имеют в области теории относительности; ей посвящены глава 4 данной книги и глава 6 второй книги.

Особую роль играет глава 1; она носит как бы пропедевтический характер и развивает тензорные методы с их приложениями к механике и физике в простейшем (даже тривиальном) случае обычного пространства в прямоугольных декартовых координатах. Эта глава по уровню изложения должна быть доступна инженеру и студенту втуза, которые пожелали бы познакомиться с элементами тензорного анализа в минимальном объеме, необходимом для технических приложений.

Для читателя, знакомого с моей прежней книгой "Введение в риманову геометрию и тензорный анализ", замечу, что по сравнению с ней излагаемый материал сильно увеличился. В настоящее время нельзя пройти мимо псевдоевклидовых и псевдоримановых пространств (кстати, необходимых для теории относительности) и пространств аффинной связности. Эти вопросы нашли место в книге. На ряде примеров даны также основные идеи теории геометрических объектов, в том числе теория спиноров в четырехмерном пространстве. Изложение дополнено также рядом частных вопросов, но зато фундаментального значения (как, например, теория кривых и гиперповерхностей в римановом пространстве и др.).

Имея в виду значительный объем книги, автор отметил ряд параграфов звездочками, что означает возможность пропустить их без ущерба для понимания дальнейшего. Некоторые указания в этом направлении сделаны и в тексте. При всем том чисто факультативного материала книга не содержит, и почти все в ней изложенное в том или ином отношении имеет в рассматриваемой области важное значение.

В заключение мне хотелось бы выразить благодарность редактору книги А.Ф.Лапко за его внимательное отношение к тексту и сделанные им замечания.

П.К.Рашевский

## Об авторе



### Петр Константинович РАШЕВСКИЙ



Выдающийся советский математик-геометр. Доктор физико-математических наук, профессор Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова. Окончил МГУ. Воспитанник школы В. Ф. Кагана. Преподавал в Московском энергетическом институте и в Московском педагогическом институте. До конца жизни заведовал кафедрой дифференциальной геометрии механико-математического факультета МГУ.

П. К. Рашевский - автор многих фундаментальных работ по различным разделам геометрии: римановой, аффинной, дифференциальной, по созданной им полиметрической геометрии, аксиоматике проективной геометрии однородных пространств, связанной с группами Ли, и другим.

Им были написаны учебники и монографии в области геометрии и математической физики: "Риманова геометрия и тензорный анализ" (М.: URSS), "Курс дифференциальной геометрии" (М.: URSS), "Геометрическая теория уравнений с частными производными" (М.: URSS), "Теория спиноров" (М.: URSS). Первые две книги переведены на испанский язык. Ученики П. К. Рашевского, входившие в созданную им школу, развивали также теорию однородных пространств, методы вариационного исчисления.