

Лекции

Лекция 1. Математическая логика событий	22
Лекция 2. Основы нейросетевых технологий	46
Лекция 3. Построение современной нейросетевой технологии	73
Лекция 4. Трассировка нейронной сети	103
Лекция 5. Стратегии обучения и самообучения	128
Лекция 6. Нейронные сети с обратными связями	139
Лекция 7. Нейросетевые самообучающиеся системы управления . . .	147
Лекция 8. Логическое программирование нейронной сети	158
Лекция 9. Структурное обоснование логической нейронной сети . . .	170
Лекция 10. Корректировка параметров, дистрибутивные преобразования, однослойные и совершенные логические нейронные сети	192
Лекция 11. Трассировка логической структуры нейросети	216
Лекция 12. Методика построения системы принятия решений на основе логической нейронной сети	236
Лекция 13. Нейросетевые технологии в экономике и бизнесе	244
Лекция 14. Нейросетевые модели пошаговой оптимизации, маршрутизации и тактических игр	260
Лекция 15. Основы «живого» моделирования	276
Лекция 16. Перспективные нейросетевые технологии	319

Содержание

Предисловие	11
Введение	14
Лекция 1. Математическая логика событий	22
1.1. Булева концепция алгебры высказываний о событиях	22
1.2. Логические функции высказываний	24
1.3. Исчерпывающее множество событий	26
1.4. Композиция исчерпывающих множеств событий. Дерево логических возможностей. Факторное пространство событий	28
1.5. Система принятия решений	32
1.6. «Схемотехническое» представление системы принятия решений	33
1.7. Достоверность высказываний о событиях	35
1.8. Системы принятия решений на основе достоверности высказываний о событиях	38
1.9. Минимизация длины логической цепочки в системе принятия решений	42
Лекция 2. Основы нейросетевых технологий	46
2.1. Нейронная сеть — средство распознавания	46
2.1.1. Построение обученной нейросети	46
2.1.2. Обучение нейросети	51
2.2. Модель мозга	54
2.3. Ввод и «разглядывание» эталонов и образов	59
2.4. Кора	63
2.5. Устойчивость, помехозащищенность и локализация максимального возбуждения	64
2.6. Пространство признаков	71
Лекция 3. Построение современной нейросетевой технологии	73
3.1. Начинаем решать пример	74
3.2. Возбуждение входного слоя	77
3.3. «Схемотехнический» подход к построению нейросети «под задачу»	79
3.4. Построение нейросети «под задачу»	85
3.5. Формализация нейросети	88
3.6. Модель механизма запоминания	92
3.7. Применение «готовых» нейросетей	93
3.7.1. Однослойная нейросеть	94
3.7.2. Нейросеть произвольной структуры	96

3.8. Нейросетевые технологии и нейрокомпьютеры	99
Лекция 4. Трассировка нейронной сети	103
4.1. Пример — опыт — предпосылки обобщения	103
4.2. Алгоритм трассировки нейросети	124
4.3. Приведение нейросети после трассировки	126
Лекция 5. Стратегии обучения и самообучения	128
5.1. Динамизм обучения	128
5.2. Не задавайте глупых вопросов!	135
5.3. Познание нового — основа самообучения	136
Лекция 6. Нейронные сети с обратными связями	139
6.1. К вопросу происхождения человека	139
6.2. Как же вводить обратные связи?	143
Лекция 7. Нейросетевые самообучающиеся системы управления	147
7.1. Самообучение на основе ситуационного управления	147
7.2. Нейросетевое воплощение	152
Лекция 8. Логическое программирование нейронной сети	158
8.1. ПРОЛОГ-программа	158
8.2. Нейросеть для решения задачи логического вывода	162
Лекция 9. Структурное обоснование логической нейронной сети	170
9.1. «Железнодорожная рулетка»	170
9.2. Практический подход и обоснование структуры логической нейронной сети для системы принятия решений	182
9.3. Выбор передаточной функции	187
9.4. Анализ примера	189
Лекция 10. Корректировка параметров, дистрибутивные преобразования, однослойные и совершенные логические нейронные сети	192
10.1. Корректировка порогов	192
10.2. Корректировка весов связей нейронов выходного слоя	194
10.3. Дистрибутивная форма логического описания системы принятия решений	196
10.4. Возможность применения однослойных нейросетей	203
10.5. Совершенные нейронные сети	209
10.6. Корректное задание исходных данных — условие правильности выводов нейросети	211
Лекция 11. Трассировка логической структуры нейросети	216
11.1. Задачи обучения нейросети методом трассировки	216

11.2. Формирование обученной нейросети на основе заданного множества нейроподобных элементов	217
11.3. Оптимальное закрепление рецепторов за событиями в нейросети заданной структуры	220
11.4. Обучение-трассировка нейросети заданной структуры	223
11.5. Алгоритм трассировки нейросети по описанию системы принятия решений в дистрибутивной форме	232
Лекция 12. Методика построения системы принятия решений на основе логической нейронной сети	236
12.1. Основные этапы работ	236
12.2. Логическое описание системы принятия решений	236
12.3. Дистрибутивные преобразования логического описания	239
12.4. Построение логической схемы	240
12.5. Построение матрицы следования для нейронной сети	240
12.6. Выбор и обоснование передаточной функции нейрона	241
12.7. Верификация нейросети	242
Лекция 13. Нейросетевые технологии в экономике и бизнесе	244
13.1. Табличный метод — основа искусственного интеллекта	244
13.2. Мониторинг банковской системы	247
13.2.1. Структура нейросети и способы обучения	248
13.2.2. Структура экрана рецепторов	251
13.2.3. Структура экрана выходного слоя	252
13.2.4. Обучение нейросети	253
13.2.5. Методика мониторинга	254
13.2.6. Корректировка и развитие	256
13.3. Система оценки странового риска	256
Лекция 14. Нейросетевые модели пошаговой оптимизации, маршрутизации и тактических игр	260
14.1. Логическая нейронная сеть — средство пошагового принятия решений	260
14.2. Нейросетевая транспортная модель динамической маршрутизации	262
14.3. Пример модели транспортного маршрутизатора из центрального пункта отправления	265
14.4. Моделирование реального времени движения в сети железных дорог для оценки пропускной способности, эффективности и оптимизации расписания	267
14.5. Нейросетевой «подсказчик» в тактической игре	273
Лекция 15. Основы «живого» моделирования	276
15.1. Какую задачу мы хотим решить?	276

15.2. Моделирование трехмерной памяти	278
15.3. «Мышца» и ее сокращение	279
15.4. Сокращение «твердого» объекта	284
15.5. Сокращение вязкого тела	286
15.6. Сокращение вязкого тела с «выпучиванием»	288
15.7. Шарнирно-мышечное соединение	289
15.8. Перемещение, поворот и вращение	292
15.9. Внешнее «механическое» воздействие на объект	293
15.10. Построение объектов в трехмерной памяти	294
15.11. Командно-программное управление объектами	294
15.12. Логические нейронные сети в основе управления трехмерными компьютерными объектами	295
15.13. Реагирующие объекты для систем интеллектуального отображения	300
15.13.1. Постановка задачи	300
15.13.2. Основы построения модели системы интеллектуального отображения для «плоской» анимации	302
15.13.3. Клип-моделирование интеллектуального отображения	314
Лекция 16. Перспективные нейросетевые технологии	319
16.1. Служба безопасности	321
16.2. Парк фантазмагорий	323
16.3. Компьютерный человек КОМПИ	325
16.4. Диагностика	328
16.5. Тестирование в сфере образовательных услуг	329
16.6. Графический диспетчер движения поездов	331
16.7. Печать рукописи	335
16.8. Экстренное торможение локомотива	337
16.9. Защита информации	339
16.10. Сивилла-прорицательница	343
Заключение	348
Литература	350

Предисловие

По нейросетям накоплен огромный материал, который ставит в растерянность новичка, желающего хотя бы понять, что это такое. Перед такой же проблемой оказался автор в связи с необходимостью чтения курса лекций по нейроинформатике студентам технического вуза с традиционным объемом математических знаний и с откровенно слабо поставленным формально-логическим мышлением. Однако серьезным подспорьем явилась схематехническая направленность их знаний в области конструирования электронных схем и программирования. Устранение излишней «математизированности» проблемы и смещение ее на уровень прагматический, оперирующий лишь с простыми логическими элементами, — одна из основных целей настоящей книги.

Доступность изложения — важная посылка работы. На каком пути это возможно? Один путь мы указали выше. Другой путь заключается в том, что распараллеливание обработки информации — основное свойство такой универсальной нейронной сети, какой является мозг. Но параллельные вычислительные процессы «обладают» своей теорией, несложными методами расчета, организации, известными специалистам в области параллельных вычислительных систем. Представляется логичным распространение простейших методов и средств теории и практики распараллеливания на такую параллельную систему, как нейросеть.

Такое распространение оказалось плодотворным и, в частности, привело к простым и уже знакомым аудитории алгоритмам обучения нейросети, позволяющим полностью устранить взаимное влияние эталонов, по которым производится обучение.

И, наконец, основной путь достижения доступности изложения заключается в строгом следовании тем простейшим идеям искусственного интеллекта, которые, как представляется, адекватны работе мозга.

На основе анализа многочисленных работ по нейротехнологиям можно наблюдать желание объединить все: от моделирования работы мозга на логическом уровне до воспроизведения работы нейроподобного элемента на биологическом уровне, от решения задач логического вывода, имитирующего наше мышление, до решения специальных задач на специальной нейросети, выступающей в роли спецпроцессора и не имеющей ничего общего с мозгом, не вынутым из черепной коробки. В этих условиях актуальной задачей является выделение некоторого определенного и практически наиболее перспективного направления в рамках логических «мозговых» принципов.

Мозг умеет все, и, что очень важно — логические принципы его работы весьма просты. Они используют связи «если ..., то ...», «посылка — следствие». Вот основные отношения, словно незримые таблицы, скла-

дывающиеся на этапе обучения. «На что более всего похож предъявляемый образ, и что из этого следует» — основная функция обученной нейросети, воспроизводящей ассоциативное мышление на этапе принятия решений.

Защищая и агитируя за принципы искусственного интеллекта, в том числе за нейросетевые технологии, следует спросить читателя: много ли он считает (в смысле оперирования с числами) в своей обыденной жизни? Как находит он угол поворота рулевого колеса, чтобы удержать автомобиль на дороге? Как он выбирает значения уймы параметров, чтобы попасть мячом в баскетбольную корзину? Как вообще он передвигается по дороге, не спотыкаясь о бугорки и обходя лужицы? Словно интерполируя по тем самым незримым таблицам, реализованным и развиваемым в нейронной сети нашего мозга, мы можем безбедно прожить всю нашу жизнь, не ставя перед собой головокружительных творческих задач. И только взаимодействие таких таблиц, содержащихся в них отношений (в совокупности с образной памятью) позволяет строить длинные логические цепочки, называемые нами умозаключениями.

Почему же, решая задачи распознавания (целей), управления (в реальном времени), оперативного планирования и принятия решений, мы так напрягаем компьютер, заставляя его выполнять только алгоритмы вычислительного характера? Почему мы так мало, точнее — никогда, не предлагаем ему «думать» по образу нашего мышления?..

Так что же узнает пользователь данного учебного пособия?

Он познакомится с основами математической логики событий, позволяющей на базе элементов алгебры высказываний (булевой алгебры) и теории вероятности производить обоснованное построение причинно-следственных связей для выбора стратегии поведения.

Он узнает, как самым простым способом на основе логического описания системы принятия решений построить уже обученную нейронную сеть — для автоматического выбора решения по нечетким исходным данным.

Он познакомится с простым способом обучения — «трассировкой» — в том случае, если для решения данной задачи структура нейросети задана и даже частичное обучение произведено.

Он научится обучать сеть всему сразу или динамически, по мере появления новых, ранее не исследованных ситуаций.

Он сможет более глубоко проникнуть в особенности подмены логических операций операциями, производимыми нейроподобными элементами и все же вносящими элементы неопределенности и неоднозначности решений, — для выполнения преобразований, которые повышают достоверность решений, рекомендуемых нейронной сетью.

Он постигнет основы применения нейросетевых технологий в самообучающихся системах управления, в банковском мониторинге, в системе логического вывода, в системе информационной безопасности, при игровом и транспортном моделировании, а также при решении других задач.

Он получит мощный заряд для собственных экспериментов в области «живого» моделирования.

Он сможет пофантазировать и попробовать свои силы, выбрав понравившееся направление в применении нейросетевых технологий в науке, искусстве, туризме, развлечениях и другом бизнесе.

Требуемые предварительные знания: основы математической логики на уровне булевой алгебры, основы теории вероятностей. Желательно знакомство с элементами схемотехники и программирования.

Введение

В разное время и по разному поводу человек старается заглянуть в себя и постичь то совершенство, с каким он справляется с трудными и порой нерешаемыми формально-логически задачами. Естественное беспокойство и жажда познания обуревают его наряду со смутным сознанием и подозрением о том, что математический, алгоритмический подход к построению сложных кибернетических систем искусственно абсолютизирован. Все должно быть к месту, все должно быть взвешено. И обращаясь к себе, он раз за разом проводит мозговую атаку на то таинственное, созданное Природой, — на собственный мозг..

Итак, мы вступаем в самую сокровенную область искусственного интеллекта.

Мы смелы и непререкаемы. Долго и систематически насаждаемая духовная нищета напрочь отвлекла нас от, возможно, превалирующего духовного начала в нас же самих. Все больше людей понимают, что мозг — лишь инструмент духа, души. И, как инструмент, он производится, тупится, и приходит в негодность — умирает. Остается бессмертной душа — этот продукт тонкого мира, мира сверхвысоких частот и настойчиво проявляющейся психической энергии.

А раз мозг — инструмент, его надо тренировать, заполнять, совершенствовать. В природе царит принцип целесообразности, полезности в борьбе за главную установку — установку на Развитие. Нужное — существует и утверждается. Ненужное — отмирает. Умиряют неиспользованные, «лишние» нейроны, порождая склеротическую ткань и разъедающую интоксикацию. И преждевременное старческое слабоумие охватывает человека ленивого, праздного, недеятельного. «Душа обязана трудиться», — сказал Поэт .

Эту правду открываем мы снова, с новой, неожиданной стороны...

Мы принимаем сказанное и успокаиваемся: мы не вторгаемся в то, что для нас сейчас непостижимо, что не дано нам пока и надолго¹. Но кто знает?

И на всякий случай мы вооружаемся иронией, преодолевая сопротивление материала. Ирония позволяет и сказать, и не сказать, предположить, но тотчас, прикрываясь шуткой, трусливо отступить. Только иронией можно предохранить себя от мистических страхов на пути удовлетворения крайнего любопытства.

Логическое моделирование процессов, происходящих в головном мозге, привлекло внимание человечества [5, 7, 13, 14] по следующим причинам:

1. Высокая скорость выполнения сложных логических конструкций — предикатов, обусловленная высоким параллелизмом действий.

¹ Н. Заболоцкий.

2. Простота алгоритмов логических действий мозга, основанная не на численном манипулировании, а на принципах ассоциативного мышления: «на что *это* похоже в большей степени из расширяемого багажа моих знаний?»
3. Возможность решения трудно формализуемых задач, в которых совместно используются данные логически несовместимой природы, противоречивые, неполные, «зашумленные», некорректные (задачи эмоций, политики и др.).
4. Устойчивость работы, совместимая с расширением, трансформированием и совершенствованием знаний.
5. Надежность, обеспечиваемая наличием многих путей логического вывода и возможностью восстановления утраченных данных.
6. Возможность построения самообучающихся и самонастраивающихся систем.
7. Прекрасная сочетаемость с традиционными «вычислительными» алгоритмами обработки информации, позволяющая строить сложные системы управления — с максимальной надежностью, адаптивностью и с минимумом расходуемых ресурсов.
8. Отсутствие специальных требований к «традиционно» развиваемым вычислительным средствам. Единственно стимулируемый принцип — параллелизм. Здесь логика проста: для реализации параллельной системы — нейросети — желательна параллельная вычислительная система. Ведь для выявления параллелизма, в частности, мы и обращаемся к модели мозга! Наряду с разработкой параллельных вычислительных устройств — нейрокомпьютеров, значительный стимул развития обретают сети ЭВМ — для реализации в них «больших» нейросетей.

Стимул развития нейросетевые технологии, как и другие технологии искусственного интеллекта, обрели в начале 1980-х годов, когда жестко проявилась проблема достижения сверхвысокой производительности вычислительных средств для военных применений.

Откликнувшись на этот вызов, многие исследователи обратили внимание на принцип самообучения. Следует упомянуть краткое, но полное рассмотрение этой проблемы В.В. Игнатушенко [18].

Благотворное влияние на развитие нейросетевых технологий оказало создание методов параллельной обработки информации [6]. Как мы уже отметили, специально разрабатываемые нейрокомпьютеры должны воплощать в себе принцип распараллеливания вычислений.

Проблема развития и внедрения нейросетевых технологий, как средств искусственного интеллекта (ИИ), характеризуется двумя аспектами: научным и практическим.

Научный аспект базируется на философски-математическом представлении задач ИИ, выражающемся в формализации *процесса мышления*. Среди отечественных ярких, основополагающих работ в этом направлении отметим (в порядке издания) работы Д.А. Поспелова [24, 25] и Н.М. Амосова с учениками [5], обосновавшим и систематизировавшим подход к созданию средств искусственного интеллекта (ИИ). Этот подход заключается в следующем.

В основе стратегий ИИ лежит понятие *парадигмы* — взгляда (концептуального представления) на суть проблемы или задачи и подхода к ее решению. Рассматривают две парадигмы ИИ.

Парадигма эксперта. Эта парадигма предполагает следующие объекты, а также этапы разработки и функционирования системы ИИ.

1. Формализация знаний — преобразование экспертом проблемного знания в форму, предписанную выбранной моделью представления знаний.
2. Формирование базы знаний (БЗ) — вложение формализованных знаний в программную систему.
3. *Дедукция* — решение задачи логического вывода на основе БЗ.

Эта парадигма лежит в основе применения экспертных систем, систем логического вывода, в том числе на языке логического программирования ПРОЛОГ. Считается, что системы на основе этой парадигмы более изучены.

Парадигма ученика. Эта парадигма включает в себя следующие положения и последовательность действий.

1. Обработка наблюдений, изучение опыта частных примеров — формирование базы данных (БД) системы ИИ.
2. *Индуктивное обучение* — превращение БД в БЗ на основе обобщения знаний, накопленных в БД, и обоснование процедуры извлечения знаний из БЗ. Это означает, что на основе данных мы делаем вывод об общности той зависимости между объектами, которую мы наблюдаем. Основное внимание здесь уделяется изучению аппроксимирующих, вероятностных и логических механизмов получения общих выводов из частных утверждений. Затем мы можем обосновать, например, достаточность процедуры обобщенной интерполяции (экстраполяции) или процедуры ассоциативного поиска, с помощью которой будем удовлетворять запросы к БЗ.
3. Дедукция — по обоснованной или предполагаемой процедуре мы выбираем информацию из БЗ по запросу (например, оптимальную стратегию управления по запросу, характеризующему сложившуюся ситуацию).

Считается, что исследования и разработка в рамках этой парадигмы проведены пока слабо, хотя она лежит в основе построения самообучаю-

щихся систем управления. (Мы можем привести замечательный «старинный» пример самообучающейся системы управления: правила стрельбы в артиллерии.)

Чем база знаний — общий и обязательный элемент системы ИИ — отличается от базы данных? Возможностью *логического вывода!*

Теперь обратимся к «естественному» интеллекту. Природа не создала ничего лучшего, чем человеческий мозг. Значит, мозг является и носителем базы знаний, и средством логического вывода на ее основе. И это независимо от того, по какой парадигме мы организовали свое мышление, то есть каким способом мы заполняем базу знаний — учимся!

Если основные парадигмы ИИ, позволяющие создать схему модели мышления, формулируются в [5], то в [25] исследуются методы мышления, придерживаясь которых можно создавать конкретные системы логического вывода и управления. В частности, Д.А. Поспелов исследует теорию Аристотеля (384-322 до н.э.) — силлогистику — и предлагает принципы ее моделирования. Развивая теорию моделирования мышления, он указывает на важность формализации механизма мышления. Этим механизмом уже давно, со времен Аристотеля, затем Лейбница (1646-1716) и далее — до появления алгебры (булевой алгебры) Джорджа Буля (1815-1864) и до наших дней, является математическая логика, сегодня отображенная во многих работах выдающихся математиков. Отметим монографию П.С. Новикова [22], ставшую классической. Необходимая информация и ее анализ в интересах моделирования содержатся и в [25].

Систематизация известного отображена и в [5], например, идеей того же Аристотеля об индуктивных и дедуктивных рассуждениях.

Математическая логика, ее важный раздел «Алгебра высказываний», действительно соединили принципы мышления и их автоматизированное воплощение. Отметим, что «Исчисление предикатов» не менее (возможно — более) важный раздел математической логики, действующий на высоком уровне моделирования мышления, выше, чем уровень, достаточный для создания несложных систем принятия решений.

Однако для реализации мышления природа не создала ничего лучшего, чем человеческий мозг. Он является гигантской нейросетью, фиксирующей причинно-следственные связи, создающей базу знаний (БЗ) и владеющей процедурами логического вывода.

Таким образом, нейронные сети реально являются основой формализации *средств мышления*. Справедливо считать, что исследование нейронных сетей опирается на достижения математической логики, и следование этому постулату способно привести к успеху при построении конкретных систем распознавания, управления и принятия решений.

По разработке и применению нейросетей накоплен значительный опыт. Еще большее количество публикаций посвящено этой теме. значи-



Аристотель в Салониках

Студенческая традиция: если потрогать его большой палец — можно сделаться очень умным.

тельные исследования, отображающие настоящий уровень представления о теоретических и практических проблемах нейросетевых технологий, приведены в [13, 14, 16, 19, 20].

Ниже будет показано, как алгебра высказываний «один в один» ложится в основу нейронной сети. То есть если мы в терминах алгебры высказываний описали некоторую систему, определяющую поведение, распознавание, управление или принятие решений, то практически без каких-либо преобразований этого описания получили структуру нейросети, соответствующую этой системе и имитирующей ассоциативное мышление. Подавая на ее вход информацию о сложившейся ситуации или изображение, на выходе получаем указание на результат распознавания или на необходимые действия.

Практический аспект рассматриваемой проблемы заключается в следующем.

Среди задач управления и принятия решений выделяется значительный класс трудно формализуемых задач. Эти задачи не характеризуются строгими математическими зависимостями между компонентами, их ис-

ходные данные несовместимы по природе, типам, размерности. Принимаемое решение порой основывается на неполной, противоречивой, «за шумленной», недостоверной информации. Это приводит к необходимости имитации ассоциативного мышления, к моделированию методов искусственного интеллекта, основным средством которого являются нейронные сети.

Однако традиционный подход к построению нейросетевых технологий отличается высокой сложностью и не способствует массовому внедрению. Это обусловило необходимость вернуться к истокам, вскрыть простые механизмы мышления, на абстрактном уровне сосредоточенные в математической логике, в ее важном разделе — алгебре высказываний. Такой подход близок разработчикам — специалистам-системотехникам и программистам. Используемые (вместо логических операций) при этом передаточные функции нейронов также просты и нетрудоемки.

Итак, отбросив мистические наслоения и спустившись на уровень голого материализма, мы признаем, что мозг представляет собой нейронную сеть, нейросеть: соединенные между собой нейроны со многими входами и единственным выходом каждый. Нейрон реализует достаточно простую передаточную функцию, позволяющую преобразовать возбуждения на входах, с учетом весов входов, в значение возбуждения на выходе нейрона. Функционально законченный фрагмент мозга имеет входной слой нейронов-рецепторов, возбуждаемых извне, и выходной слой, нейроны которого возбуждаются в зависимости от конфигурации и величины возбуждения нейронов входного слоя. Предполагается, что нейросеть, имитирующая работу мозга, обрабатывает не сами данные, а их достоверность, или, в более общем смысле, — вес, оценку этих данных. Практически это сводится к тому, что для большинства непрерывных или дискретных данных их задание сводится к указанию вероятности диапазонов, которым принадлежат их значения. Для большого класса дискретных данных — элементов множеств целесообразно жесткое закрепление нейронов входного слоя.

Распределение величин возбуждения нейронов выходного слоя, а чаще всего нейрон, обладающий максимальной величиной возбуждения, позволяют установить соответствие между комбинацией и величинами возбуждений на входном слое (изображение на сетчатке глаза) и получаемым ответом (что это). Таким образом, эта зависимость и определяет возможность логического вывода вида «если ..., то ...». Управление, формирование этой зависимости осуществляется весами (синаптических) связей нейронов. Эти веса определяют направления распространения возбуждения нейронов в сети, приводящие на этапе обучения к «нужным» нейронам выходного слоя, то есть служат связыванию и запоминанию отношений «посылка — следствие». Связь подструктур нейросети

позволяет получать «длинные» логические цепочки на основе подобных отношений.

Отсюда следует, что сеть работает в двух режимах: в режиме *обучения* и в режиме *распознавания* (рабочем режиме).

В режиме обучения производится формирование логических цепочек.

В режиме распознавания нейросеть по предъявляемому образцу с высокой достоверностью определяет, к какому типу он относится, какие действия следует предпринять и т.д.

Считается, что в человеческом мозге до 100 000 000 000 нейронов. Воистину Велик Создатель, открывший закон перехода количества в качество!..

Нас не интересует, как устроен нейрон, в котором насчитывают до 240 химических реакций. Нас интересует, как *работает* нейрон на *логическом уровне*, как выполняет он логические функции. Воплощение лишь этих функций должно стать основой и средством искусственного интеллекта. Воплощая эти логические функции, мы готовы пойти на нарушение основных законов физики, например закона сохранения энергии. Ведь мы (здесь!) не рассчитываем на физическое моделирование, а на более доступное, универсальное и допускающие любые условности — компьютерное.

Итак, мы сосредотачиваем внимание на «прямом» применении нейросетей в задачах ИИ. Однако на основе их замечательных свойств возможно решение и других задач. Для этого строят специальные нейросетевые модели, используют специальную систему связей нейроподобных элементов, определенный вид передаточной функции (часто применяют т.н. сигмоидные связи, основанные на участии экспоненты при формировании передаточной функции), специально подобранные и динамически уточняемые веса. Используют свойства сходимости, самооптимизации. При подаче входного вектора возбуждений, через некоторое число тактов работы нейросети значения возбуждения нейронов выходного слоя (в некоторых моделях все нейроны входного слоя являются нейронами выходного слоя, и других нет) сходятся к некоторым значениям. Эти значения могут указывать, например, на какой эталон в большей степени похож «зашумленный», недостоверный входной образ, а то и найти решение некоторой задачи. Например, известная сеть Хопфилда [1], хоть и с ограничениями, может решать задачу коммивояжера — задачу экспоненциальной сложности. Сеть Хемминга [13] успешно реализует ассоциативную память. Сети Кохонена (карты Кохонена) [2] эффективно используют принцип кластеризации и широко применяются в экономике, финансах и бизнесе и т.д. Эффективно применяются нейросети для аппроксимации функций многих переменных в виде рекурсивного разложения в базе передаточной функции.

Мы должны согласиться с тем, что в указанном выше применении нейросети выступают в роли спецпроцессоров для «быстрого» решения частных задач или классов задач. Это применение можно сравнить с применением аналоговых ЭВМ для решения систем дифференциальных уравнений, где программирование заключается в формировании электрической цепи из элементов заданного набора в соответствии с системой уравнений, а установившийся процесс позволяет на выходе снимать значения функций-решений.

Когда хотят подчеркнуть такие «вычислительные» применения нейросетей, то говорят о *нейроподобных* задачах, и это не должно отвлекать нас сейчас от генеральной линии действий в рамках ИИ, направленных на решение трудно формализуемых задач, на простоту и универсальность, свойственные мозгу.

Ориентацию предлагаемого пособия следует определить следующим образом: для всех любознательных, предприимчивых настоящих и будущих компьютерщиков и программистов, независимо от возраста желающих разобраться в сути настоящей проблемы, а главное — желающих найти область интересов и разработки для личных успехов в Computer Art, в индустрии отдыха и зрелищ, в науке, в экономике и в бизнесе.

Лекция 1. Математическая логика событий

Аннотация: Приводятся основные положения раздела математической логики — алгебры высказываний. Совершается переход от булевых значений переменных — высказываний — к действительным переменным, отображающим достоверность высказываний о событиях. Представляются основные положения и выводы, необходимые при построениях в области логических нейронных сетей.

Ключевые слова: события, высказывания, логические операции, исчерпывающее множество событий, дизъюнктивная нормальная форма, дистрибутивное преобразование, дерево логических возможностей, факторное пространство, передаточная функция, система принятия решений.

«Ученые объяснения большей частью производят то впечатление, что бывшее ясно и понятно становится темно и запутанно».

Л.Н. Толстой. Дневники, 1900, сентябрь

1.1. Булева концепция алгебры высказываний о событиях

Определение 1. Предполагаемое или свершившееся действие, его фигурант, результат, а также условия свершения, называются *событием*.

Определение 2. Событие выражается *высказыванием* о его свершении.

Высказыванию о событии (далее — просто высказывание, считая событие и высказывание о нем синонимами) можно поставить в соответствие переменную, которая в рамках булевой концепции может принимать значение ИСТИНА (1) или ЛОЖЬ (0).

Например:

$x = \langle \text{поезд опоздал на пять минут} \rangle$;

$y = \langle \text{в данной операции принимал участие Вася} \rangle$ (достаточно сообщить лишь имя);

$z = \langle \text{скорость автомобиля принадлежит диапазону (120-140 км/ч)} \rangle$ (достаточно кратко обозначить диапазон в известном контексте, как условие свершения некоторого действия, приведшего к автокатастрофе).

Очевидно, что каждая переменная x , y , z может принимать одно из двух значений — 0 или 1.

Над высказываниями производятся логические операции. В рамках последующих построений потребуются четыре операции: *отрицание* ($\neg x$, *НЕ* x , \bar{x}), *конъюнкция* (\wedge , *И*, *AND*, \cdot), *дизъюнкция* (\vee , *ИЛИ*, *OR*), *импликация* или *операция следования* (\rightarrow). Результаты операций определяются таблично.

Предполагая достаточные знания слушателей, можно напомнить:

а) одноместная операция отрицания меняет значение переменной на противоположное;

б) двуместная операция конъюнкции над двумя и (рекурсивно) более переменными порождает значение 1 тогда и только тогда, когда все переменные имеют значение 1;

в) двуместная операция дизъюнкции над двумя и (рекурсивно) более переменными порождает значение 1, когда хотя бы одна переменная имеет значение 1;

г) переменная справа от знака операции следования (импликации) принимает значение 1 тогда и только тогда, когда выражение слева от этого знака имеет значение 1.

Кроме того, ниже используется операция *ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ*, предполагающая возможность лишь единственного вхождения переменной со значением 1 в операцию дизъюнкции, объединяющую несколько переменных.

Переход от высказываний к их булевой интерпретации, к булевым переменным, вводит в действие все законы, свойства и правила эквивалентных преобразований, известные из булевой алгебры.

$$\begin{aligned} \text{Закон коммутативности: } & x \vee y = y \vee x; \\ & x \wedge y = y \wedge x. \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned} \text{Закон ассоциативности: } & x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z; \\ & x \wedge (y \wedge z) = (x \wedge y) \wedge z. \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} \text{Закон дистрибутивности: } & x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z); \\ & x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z). \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\begin{aligned} \text{Закон де Моргана: } & \bar{x} \vee \bar{y} = \overline{x \wedge y}; \\ & \bar{x} \wedge \bar{y} = \overline{x \vee y} \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$\begin{aligned} \text{Закон идемпотенции: } & x \vee x = x; \\ & x \wedge x = x. \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\begin{aligned} \text{Закон поглощения: } & x \vee (x \wedge y) = x; \\ & x \wedge (x \vee y) = x. \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned} \text{Закон склеивания: } & (x \wedge y) \vee (\bar{x} \wedge y) = y; \\ & (x \vee y) \wedge (\bar{x} \vee y) = y. \end{aligned} \quad (1.7)$$

$$\begin{aligned} \text{Операция переменной с} \\ \text{инверсией: } & x \vee \bar{x} = I; \\ & x \wedge \bar{x} = 0. \end{aligned} \quad (1.8)$$

$$\text{Операция с константами: } x \wedge 0 = 0, x \wedge I = x; \quad (1.9)$$

$$\begin{aligned} & x \vee 0 = x, x \vee 1 = 1. \\ \text{Двойное отрицание:} & \quad \bar{\bar{x}} = x. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Несмотря на наличие дистрибутивных операций, существует ранжирование операций — в сторону понижения (ранга) слева направо: $\neg(x)$, \wedge , \vee . То есть если написано без скобок $\neg x \vee u \wedge z$, то с помощью эквивалентного обозначения и скобок можно выявить следующий порядок действий: $\bar{x} \vee (u \wedge z)$.

1.2. Логические функции высказываний

Множество логических переменных — высказываний о событиях $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ в контексте некоторого приложения образует *пространство событий* размерности n . Точка этого пространства является *ситуацией*.

Можно записать произвольную композицию на основе заданного множества переменных-высказываний и логических операций, например, $\neg x u \wedge z$, $(x \vee \bar{u}) \wedge (u \wedge z)$. Почему первую композицию следует считать бессмысленной? По-видимому, потому, что она содержит конструкции, не определенные в терминах алгебры логики, и не может быть исчерпывающим образом преобразована в таковые на основе применения (1)—(10). Тогда вторая приведенная композиция имеет *смысл*, т.к. полностью подвержена основным определениям операций алгебры логики и правилам преобразования в ней.

Высказывания (о событиях) в качестве переменных могут входить в состав сложных формирований — логических функций, принимающих (булевы) значения 1 (ИСТИНА) или 0 (ЛОЖЬ).

Определение 3. Имеющая смысл линейно-скобочная композиция операций \neg , \vee , \wedge над переменными — высказываниями x_1, x_2, \dots, x_n , образующими *пространство событий*, задает логическую функцию $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, принимающую для различных *ситуаций*, т.е. наборов значений переменных, значения 0 или 1.

Таким образом, логическая функция является булевой функцией ситуаций.

В классической теории булевых функций [1] показывается, что каждая такая функция может быть представлена *дизъюнктивной* и (или) *конъюнктивной нормальной формой*. В первом случае ее структура выражается как дизъюнкция конъюнкций, во втором — как конъюнкция дизъюнкций.

Рассмотрим две логические функции

$$\begin{aligned} Y &= x_1 \vee (x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_3) \text{ и} \\ Z &= (x_1 \vee \bar{x}_2) \wedge (\bar{x}_3 \vee x_2). \end{aligned}$$

Выражение Y представлено дизъюнктивной нормальной формой (ДНФ). Выражение Z соответствует конъюнктивной нормальной форме (КНФ), практически не применяемой.

Преобразуем

$$Z = (x_1 \wedge \bar{x}_3) \vee (x_1 \wedge x_2) \vee (\bar{x}_2 \wedge \bar{x}_3). \text{ (Учитывается, что } \bar{x}_2 \wedge x_2 = 0.)$$

Это — дизъюнктивная нормальная форма.

Практически, например, при конструировании электронных устройств, известно наперед, какой сигнал на отдельно взятом выходе должен формироваться при различных значениях сигналов на входе. Тогда значения логической функции, описывающей формирование сигнала на данном выходе, задаются таблично, в зависимости от всех возможных ситуаций на входе. По такой таблице аналитическое выражение для искомой логической функции формируется в виде *совершенной дизъюнктивной нормальной формы* (СДНФ). Ее общий вид продемонстрируем на примере трех переменных:

$$\begin{aligned} f = & f(0, 0, 0) \wedge (\bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_3) \vee f(0, 0, 1) \wedge (\bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_3) \vee f(0, 1, 0) \wedge \\ & (\bar{x}_1 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_3) \vee f(0, 1, 1) \wedge (\bar{x}_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee f(1, 0, 0) \wedge (x_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_3) \vee \\ & f(1, 0, 1) \wedge (x_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_3) \vee f(1, 1, 0) \wedge (x_1 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_3) \vee f(1, 1, 1) \wedge \\ & (x_1 \wedge x_2 \wedge x_3). \end{aligned} \quad (1.11)$$

Для всех значений переменных рассчитаем значения приведенных выше логических функций Y и Z (таблица 1.1).

Таблица 1.1. Значения логических функций

x_1	x_2	x_3	Y	Z
0	0	0	0	1
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	1	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

Попытаемся построить приведенные выше функции Y и Z на основе их СДНФ, т.е. проверим правильность такого подхода:

$$Y^* = \bar{x}_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \vee x_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_3 \vee x_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_3 \vee x_1 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_3 \vee x_1 \wedge x_2 \wedge x_3.$$

После эквивалентных преобразований (начинающихся с вынесения x_1 «за скобку») получим

$$Y^* = \bar{x}_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \vee x_1 I, \text{ что совпадает с видом } Y.$$

Аналогично,

$$Z^* = \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_3 \vee x_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_3 \vee x_1 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_3 \vee x_1 \wedge x_2 \wedge x_3.$$

После эквивалентных преобразований находим

$$Z^* = (\bar{x}_1 \wedge \bar{x}_3) \vee (x_1 \wedge x_2).$$

Из таблицы 1.1 видно, что все значения Z и Z^* от одних и тех же наборов значений переменных совпадают. Однако Z^* образуется только двумя «слагаемыми» Z . Конъюнкция $x_1 \wedge \bar{x}_3$ оказалась «лишней», не влияющей на результат. Это говорит о том, что формирование аналитического вида логической функции по ее табличному заданию, с помощью СДНФ, позволяет получить простейшее (лаконичное) представление, без лишних конструкций, не влияющих на результаты вычислений.

В заключение этого раздела представим обобщение, построенное над СДНФ, — в соответствии с *теоремой разложения*, широко используемой при конструировании электронных схем на основе стандартного набора элементов. Как и ранее, продемонстрируем суть данной теоремы на примере четырех переменных:

$$f = f(x_1 \wedge x_2 \wedge 0 \wedge 0) \wedge \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_4 \vee f(x_1 \wedge x_2 \wedge 0 \wedge 1) \wedge \bar{x}_3 \wedge x_4 \vee f(x_1 \wedge x_2 \wedge 1 \wedge 0) \wedge x_3 \wedge \bar{x}_4 \vee f(x_1 \wedge x_2 \wedge 1 \wedge 1) \wedge x_3 \wedge x_4.$$

1.3. Исчерпывающее множество событий

Следующие ниже определения не могут не затронуть смысловых особенностей высказываний о событиях. Кроме чисто формальных свойств высказываний, выражающихся в их истинности или ложности, невозможно полностью абстрагироваться от содержательной сути или от контекста, в котором они звучат.

Определение 4. Исчерпывающее множество событий (ИМС) образуют те события, совокупность высказываний о которых покрывает весь возможный смысловой диапазон проявления объекта высказывания, и каждая допустимая ситуация характеризуется тем, что значение ИСТИНА (1) может принимать единственное высказывание из этой совокупности. (Значение 0 могут принимать все высказывания.)

Рассмотрим примеры.

1) В состав редколлегии входят трое: Иванов, Петров, Сидоров. Тогда провозглашение фамилий этих фигурантов определяет исчерпывающее множество событий при выдвижении единственного представителя коллектива в президиум собрания.

2) Наказуемое превышение скорости автомобиля делится на диапазоны: до 10%, от 10% до 20%, свыше 20%. Однако если в регламентирующем документе заданы только диапазоны до 10% и от 10% до 100%, то это не будет соответствовать исчерпывающему множеству событий. Такие нестрогие определения возможного диапазона ситуаций являются причиной юридической казуистики, требующей дальнейшего исследования прецедента.

Итак, ИМС, которому соответствует множество высказываний $A = \{x_1, \dots, x_n\}$, характеризуется тем, что при соответствующих обстоятельствах одно и только одно высказывание из этого множества может принимать значение 1. Это и определяется операцией ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ, которую будем обозначать $\dot{\vee}$.

Очевидны главные свойства высказываний о событиях из ИМС:

$$\overline{x_i} = x_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} x_{i-1} \dot{\vee} x_{i+1} \dot{\vee} \dots \dot{\vee} x_n. \quad (1.12)$$

$$x_i x_j = \begin{cases} 0, & \text{при } i \neq j, \\ x_i, & \text{при } i = j. \end{cases} \quad (1.13)$$

Теорема. Логическая функция от переменных — высказываний о событиях, образующих исчерпывающее множество событий, преобразуется в дизъюнкцию ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ переменных — высказываний о событиях из этого множества.

Доказательство. Для произвольной логической функции, заданной на исчерпывающем множестве высказываний $\{x_1, \dots, x_n\}$, СДНФ имеет вид

$$f(x_1, \dots, x_n) = f(0, \dots, 0, 1) \wedge \overline{x_1} \wedge \dots \wedge \overline{x_{n-1}} \wedge x_n \vee f(0, \dots, 1, 0) \wedge \overline{x_1} \wedge \dots \wedge x_{n-1} \wedge \overline{x_n} \vee f(0, \dots, 1, 1) \wedge \overline{x_1} \wedge \dots \wedge x_{n-1} \wedge x_n \vee \dots \vee f(1, 1, \dots, 1, 1) \wedge x_1 \wedge x_2 \wedge \dots \wedge x_{n-1} \wedge x_n.$$

Рассмотрим первую конъюнкцию в СДНФ. Применяя (1.12), (1.3) и (1.13), получим

$$f(0, \dots, 0, 1) \wedge \overline{x_1} \wedge \dots \wedge \overline{x_{n-1}} \wedge x_n = f(0, \dots, 0, 1) \wedge (x_2 \vee \dots \vee x_n) \wedge (x_1 \vee x_3 \vee \dots \vee x_n) \wedge \dots \wedge (x_1 \vee \dots \vee x_{n-2} \vee x_n) \wedge x_1 = f(0, \dots, 0, 1) \wedge x_n.$$

Аналогично, вторая конъюнкция преобразуется

$$f(0, \dots, 1, 0) \wedge \bar{x}_1 \wedge \dots \wedge x_{n-1} \wedge \bar{x}_n = f(0, \dots, 1, 0) \wedge x_{n-1}.$$

Третья конъюнкция содержит переменные с разными индексами, на что указывает не единственное вхождение единицы в выражение $f(0, \dots, 1, 0)$. Эта конъюнкция имеет значение 0.

Таким образом, определяющее значение в СДНФ имеют лишь те конъюнкции, где в обозначении функции f указана единственная единица. Единичные значения f в таком случае определяют вхождение соответствующей переменной в результирующее выражение СДНФ.

Теорема доказана.

Чтобы подчеркнуть, что задание ситуаций подчиняется условию операции $\dot{\vee}$, используем обозначение этой операции для получения окончательного вида СДНФ логической функции, заданной на ИМС:

$$f(x_1, \dots, x_n) = f(1, 0, \dots, 0, 0) \wedge x_1 \dot{\vee} f(0, 1, \dots, 0, 0) \wedge x_2 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} f(0, 0, \dots, 1, 0) \wedge x_{n-1} \dot{\vee} f(0, 0, \dots, 0, 1) \wedge x_n. \quad (1.14)$$

Отметим важные свойства выражения (1.14).

1. Каждая переменная, участвующая в формировании этого выражения, входит в него единственный раз.
2. Единственность вхождения переменных достигнута на основе применения закона дистрибутивности с учетом свойств высказываний на исчерпывающем множестве событий.

Назовем преобразование логической функции, приведшее к единственности вхождения переменных, *дистрибутивным*.

1.4. Композиция исчерпывающих множеств событий. Дерево логических возможностей. Факторное пространство событий

Для строгого логического мышления, исключающего неопределенность, приходится оперировать не отдельными событиями и даже не исчерпывающими множествами таких событий (высказываниями о них), а композициями таких множеств. Между событиями, принадлежащими различным множествам, возможна зависимость, порождающая сложные высказывания. Да и сами ИМС могут определяться и иницироваться обстоятельствами, обусловленными событиями из других ИМС. Связи между ИМС, образующие сложные высказывания, отображаются *деревом логических возможностей* [21].

Рассмотрим пример.

Пансионат для ветеранов труда обеспечивает постояльцам активный отдых круглый год. Представим схемой (рис. 1.1) распорядок дня отдыхающих. Такая схема и определит дерево логических возможностей.

Уровни ветвления могут формироваться разными способами. Например, первый уровень можно сформировать на основе времен года и т.д. Однако в порядке рекомендации можно следовать правилу «события располагаются на более низких уровнях по сравнению с теми уровнями, которые занимают события, от которых зависят данные события».

Бабушка пишет внуку: «Зимой я после завтрака катаюсь на лошади, и летом я после завтрака катаюсь на лошади, а также весной после завтрака прогулка бывает на лошади». ...Что-то ей не нравится, и она строит схему своего составного высказывания: $f = x_1 \wedge x_7 \wedge x_{14} \vee x_1 \wedge x_5 \wedge x_{14} \vee x_1 \wedge x_4 \wedge x_{10} \wedge x_{14}$. Несколько поразмыслив, бабушка использует вынесение за скобку: $f = x_1 \wedge x_{14} \wedge (x_5 \vee x_7 \vee x_4 \wedge x_{10})$. Тогда окончательный текст сообщения принимает вид: «После завтрака я катаюсь на лошади летом или зимой, а также, бывает, и весной, — вместо прогулки». Как же бабушка определила форму того логического выражения — функции, отображающей все возможные варианты, и даже пути, ведущие к свершению интересующего события?

Ответ следующий: необходимо на каждом пути в дереве логических возможностей, ведущем к заданному событию, построить конъюнкцию событий, образующих этот путь. Затем все такие конъюнкции объединить операцией дизъюнкции. Поскольку используются только исчерпывающие множества событий, очевидно, что эта дизъюнкция выполняется с помощью операции \vee , т.е. ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ (хотя можно пользоваться значком \vee , опираясь на действительный, «физический» смысл возможных событий).

Полученная таким способом функция подвергается дистрибутивному преобразованию — «вынесению за скобки».

Отметим, что в результате такого способа построения искомая функция принимает вид, при котором каждая используемая переменная-высказывание входит не более одного раза.

Например, функция, отображающая такое событие в жизни бабушки, как езда на велосипеде, имеет вид

$$g = x_1 \wedge x_4 \wedge x_{10} \wedge x_{13} \vee x_1 \wedge x_5 \wedge x_{13} = x_1 \wedge x_{13} \wedge (x_4 \wedge x_{10} \vee x_5).$$

Однако далее будет показано, что не всегда единственного вхождения переменных можно добиться с помощью дистрибутивных преобразований. Иногда требуются дополнительные действия для его осуществления.

Определение 5. Совокупность всех исследуемых в данном контексте событий, т.е. множество — объединение всех рассматриваемых ИМС — образует *факторное пространство событий*.

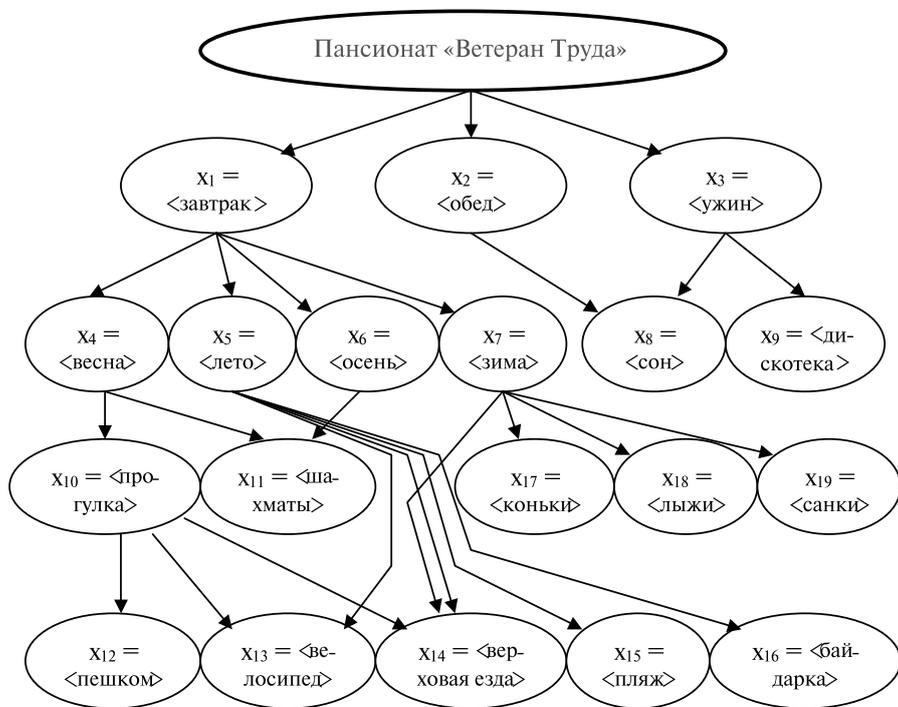


Рис. 1.1. Полное дерево логических возможностей

Как и ранее, точку факторного пространства (ситуацию) будем обозначать $\{x_1, \dots, x_n\}$.

Итак, показана возможность построения логических функций на основе высказываний о событиях из факторного пространства.

Как видно из примера, факторное пространство событий отображается ветвящейся структурой на основе отдельных исчерпывающих множеств событий, входящих в его состав. Тогда подмножества, состоящие из таких ИМС, тоже являются факторными подпространствами, которые в некотором контексте можно исследовать отдельно.

Например, можно отдельно исследовать факторное подпространство, сформированное на основе первых двух уровней ветвления (рис. 1.2) в приведенном на рис. 1.1 дереве логических возможностей. Это может быть необходимо при планировании финансовых расходов пансионата на питание.

Можно, в соответствии с поставленной задачей (в контексте исследований), формировать другие факторные пространства событий. Например, планирование использования спортивного инвентаря по времени

[. . .]

Продолжим рассмотрение примера.

Пусть известная нам бабушка планирует занятия физкультурой и спортом во все времена года по времени дня: после завтрака, после обеда и после ужина. Объединяя высказывания по принципу «если ... то» и пользуясь обозначениями на рис. 1.1, она формирует систему принятия решений, которой, не полагаясь на память, намерена строго следовать, добившись согласия администрации.

Система имеет вид

1. $x_1 \wedge x_4 \rightarrow R_1 = \text{«Прогулка на велосипеде»};$
2. $x_1 \wedge x_6 \vee x_2 \wedge x_4 \rightarrow R_2 = \text{«Шахматы»};$
3. $x_2 \wedge x_5 \vee x_1 \wedge x_7 \rightarrow R_3 = \text{«Верховая езда»};$
4. $x_1 \wedge x_5 \vee x_2 \wedge x_6 \rightarrow R_4 = \text{«Байдарка»};$
5. $x_3 \wedge (x_4 \vee x_6) \rightarrow R_5 = \text{«Дискотека»};$
6. $x_2 \wedge x_7 \rightarrow R_6 = \text{«Пешая прогулка»};$
7. $x_3 \wedge (x_5 \vee x_7) \rightarrow R_6 = \text{«Пешая прогулка»}.$

(1.17)

Планируя пешую прогулку, бабушка первоначально получила следующее выражение:

$$x_2 \wedge x_7 \vee x_3 \wedge x_5 \vee x_3 \wedge x_7 \rightarrow R_6 = \text{«Пешая прогулка»}.$$

Однако выше не напрасно обращается внимание на целесообразность однократного вхождения переменных в подобное выражение (это будет изучено в лекциях 9 и 10). Выражение, полученное первоначально, с помощью дистрибутивных преобразований привести к такому виду не удастся. Тогда бабушка решает разбить это выражение на два подобных, сформировав получение одного и того же решения на основе двух условий. Это и послужило появлению в (1.17) двух выражений, определяющих одно решение R_6 .

Легко убедиться, что все возможные ситуации факторного пространства событий охвачены, демонстрируя полную ясность действий бабушки.

Системы принятия решений могут образовывать сложные иерархические структуры. В этом случае необходимо, чтобы высказывания-решения R_1, \dots, R_m отображали события, образующие ИМС.

1.6. «Схемотехническое» представление системы принятия решений

Отобразим (с нарушением некоторых стандартов) схемотехнически бабушкину СПР, подобно электронной схеме (рис. 1.4) с помощью конъюн-

юнкторов и дизъюнкторов. На вход будем подавать значения истинности переменных-высказываний (ситуации) так, чтобы на одном из выходов формировалась единица — значение истинности соответствующего решения. Задавать значение ситуаций следует корректно, чтобы соблюдать требования вхождения переменных в исчерпывающие множества событий.

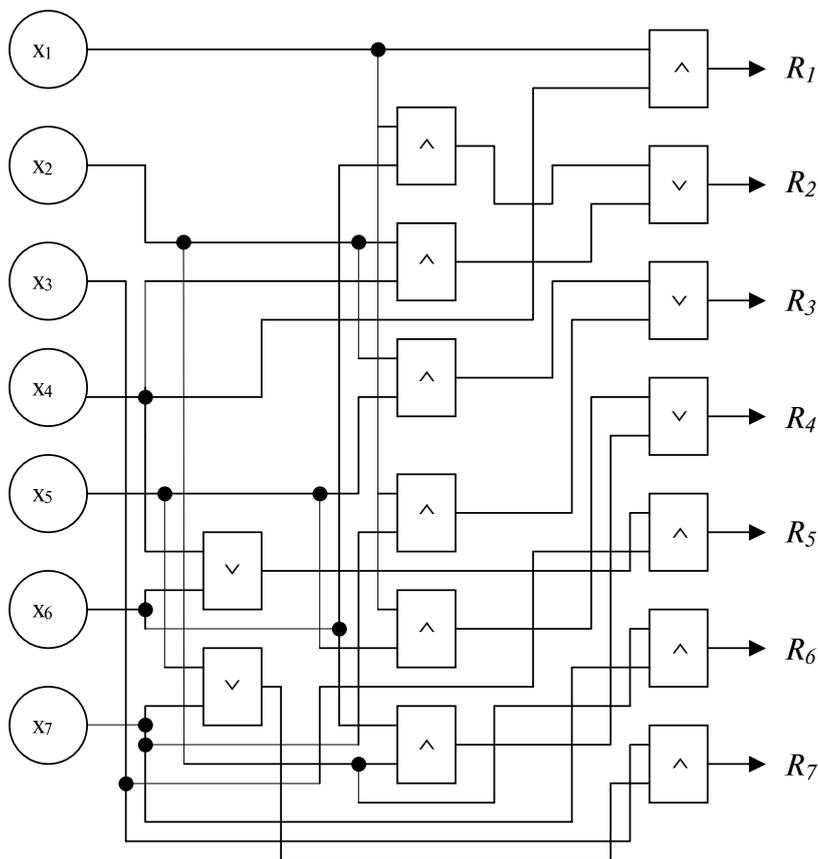


Рис. 1.4. «Электронная» схема системы принятия решений

Реализовав эту схему на логических элементах, бабушка получит реальное средство подсказки: что она должна делать в данное время года и суток.

Например, бабушка хочет вспомнить, чем она должна заниматься летом после обеда. Она полагает $x_2 = x_5 = 1$ при нулевых значениях других переменных и запускает программу, моделирующую работу электронной

[. . .]

1.9. Минимизация длины логической цепочки в системе принятия решений

Предваряя подробное исследование в последующих лекциях, отметим, что замена логических операций операцией суммирования при счете передаточной функции приводит к актуальности однократного учета всех входящих переменных, т.е. к *единственности вхождения* переменных в каждое логическое выражение, составляющее описание системы принятия решений. Выше с целью обеспечения такого единственного вхождения переменной был использован прием «размножения» решения R_6 .

При разработке электронных схем исследуется понятие «длина логической цепочки» — под ней подразумевается максимальное количество электронных элементов, которое должен преодолеть сигнал на входе схемы, пройдя последовательное тактируемое преобразование, чтобы на выходе схемы сформировался сигнал. От этой длины, определяющей время переходного процесса, зависит быстрдействие схемы. Поэтому актуальной задачей является минимизация максимальной длины логической цепочки при возможности параллельного выполнения всех таких цепочек (что характерно для прохождения электрического сигнала по схеме).

Очевидно, что в схеме на рис. 1.4 максимальная длина логической цепочки равна двум.

Применим ко всем выражениям (1.17), каждое из которых является или может быть преобразовано в дизъюнкцию конъюнкций, прием «размножения» решений. Теперь (рис. 1.19) схема состоит из цепочек единичной длины. Каждый входной сигнал подвергается обработке только конъюнктом. Так как электронная схема полностью определяет конструкцию системы принятия решений на основе достоверности событий, то можно преобразовать полученную электронную схему в однослойную схему СПР, показанную на том же рисунке.

Таким образом, доказано следующее утверждение:

Лемма 1. Любая СПР, сформированная на основе логического описания булевыми функциями, способом «размножения» решений преобразуется в однослойную СПР на основе достоверности событий.

Преимуществом таких СПР является то, что они представляют собой таблицы с ассоциативной выборкой по принципу наибольшей схожести.

Конечно, можно за каждым решением закреплять один выход СПР, на котором объединить общее решение, полученное по разным путям, в виде текста. При корректно заданных исходных данных — на основе правил использования исчерпывающих множеств событий — СПР будет «работать»

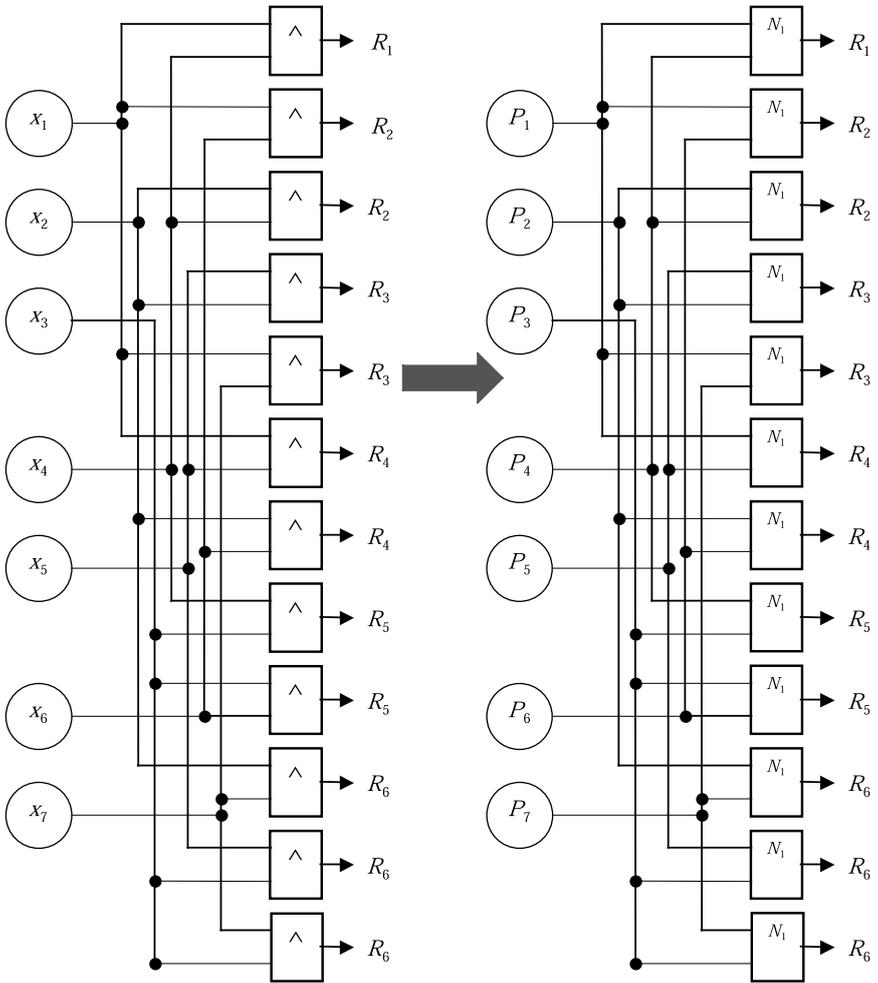


Рис. 1.9. Преобразование электронной схемы с единичной длиной логической цепочки в однослойную систему принятия решений

правильно, выдавая адекватные ответы. Тогда рекомендация «Прими решение R » будет выдана, а информация о пути, приведшем к этому решению, будет утрачена.

При составлении «электронной» схемы такое объединение производится с помощью операции дизъюнкции, что приводит к длине логической цепочки, равной двум. Но ведь если, формируя структуру СПР, строго следовать порядку построения «электронная схема \rightarrow система приня-

тия решений», то и СПР будет иметь максимальную логическую цепочку с длиной, равной 2.

Таким образом, «размножение» решений — операция, свойственная СПР, что делает ее (СПР) построение отличающимся, развивающим «схемотехнический» подход. «Электронные» схемы целесообразно использовать на начальном этапе исследования логического описания СПР, а далее, оттолкнувшись от них, перейти к более совершенной однослойной структуре.

«Размножение» решений имеет важное достоинство. Оно позволяет установить причину, найти объяснение принимаемого решения. Это означает, что текст решения может быть дополнен указанием причины принятия именно такого решения.

Например, получив информацию о необходимости заказа велосипеда в отделе спортивного инвентаря, бабушка может воспользоваться и важным объяснением: «...потому что сейчас, скорее всего, весна, а вы, вероятно, только что сытно позавтракали» (рис. 1.10).

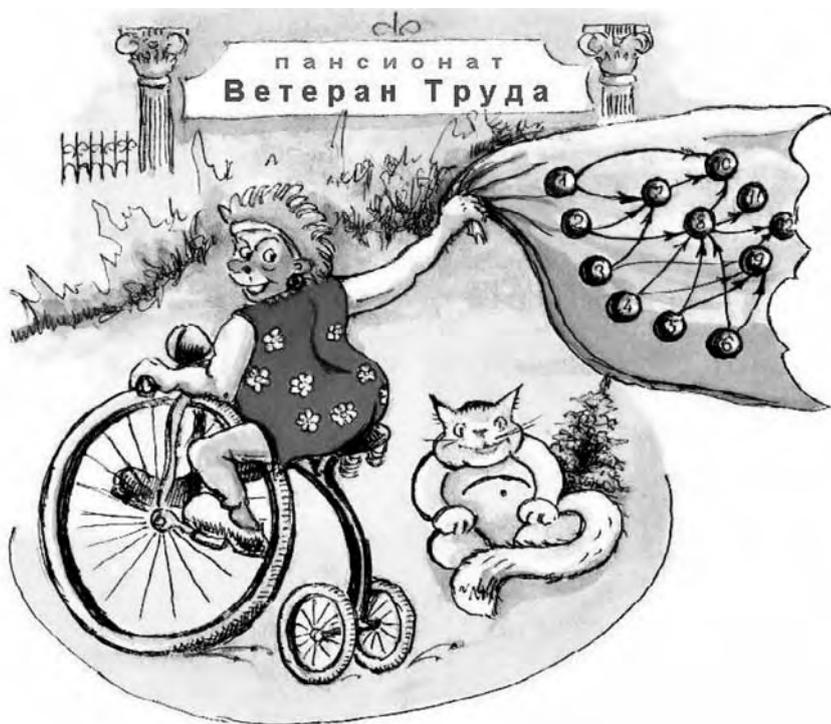


Рис. 1.10. Бабушка

В заключение данной лекции следует отметить, что построен алгоритм параллельных вычислений [6] сложных логических конструкций в области действительных переменных, предназначенный для реализации высокого быстродействия в системах управления и принятия решений. Более того, сведение СПР к однослойной приводит к применению лишь тех передаточных функций (элементов N_I на рис. 1.6 и 1.9), которые имитируют конъюнкторы. Это служит повышению достоверности оценок, стандартизации и адекватности природным процессам.

[. . .]