



# МИР Физики и техники

С.Г. Парафесь  
В.И. Смыслов

Проектирование конструкции  
и САУ БПЛА с учетом  
аэроупругости.  
Постановка и методы  
решения задачи

ТЕХНОСФЕРА  
Москва  
2018

УДК 629.73 + 533.65

ББК 39.52

П18

**Рецензенты:**

*Гусейнов Арсен Буйдалаевич – доктор технических наук, профессор кафедры 602 «Проектирование и прочность авиационно-ракетных и космических изделий» института № 6 «Аэрокосмический» Московского авиационного института (национального исследовательского университета) МАИ.*

*Ципенко Владимир Григорьевич – Заслуженный деятель науки РФ, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой аэродинамики, конструкций и прочности летательных аппаратов Московского государственного технического университета гражданской авиации (МГТУ ГА).*

**П18 Парафесь С.Г., Смыслов В.И.**

**Проектирование конструкции и САУ БПЛА с учетом аэроупругости.**

**Постановка и методы решения задачи.**

**М.: Издательство «ТЕХНОСФЕРА», 2018. – 182 с., илл.**

**ISBN 978-5-94836-515-2**

Даны постановка и общая схема решения задачи совместного проектирования конструкции и системы автоматического управления (САУ) маневренного беспилотного летательного аппарата (БПЛА) с учетом требований аэроупругости. Задачи обеспечения безопасности от флаттера и аэроупругой устойчивости БПЛА с САУ в процессе проектирования летательного аппарата решаются с использованием расчетных, расчетно-экспериментальных и экспериментальных методов. Представленные методы относятся в первую очередь к управляемым БПЛА (в зарубежной литературе guided missile) класса «воздух – воздух», «воздух – поверхность» и отчасти «поверхность – воздух», для которых проблемы флаттера и опасных аэроупругих автоколебаний крайне важны.

Книга предназначена для научных сотрудников, инженеров, аспирантов и студентов старших курсов университетов, занимающихся проблемами проектирования и испытаний беспилотных летательных аппаратов.

УДК 629.73 + 533.65

ББК 39.52

© 2018, Парафесь С.Г., Смыслов В.И.

© 2018, АО «РИЦ «ТЕХНОСФЕРА», оригинал-макет, оформление

**ISBN 978-5-94836-515-2**

При оформлении первой страницы обложки использована фотография с сайта <http://fb.ru/misc/i/gallery/28957/680309.jpg>

# Содержание

<b>Введение</b> .....	<b>5</b>
<b>Глава 1. Постановка и общая схема решения задачи совместного проектирования конструкции и САУ БПЛА с учетом аэроупругости</b> .....	<b>11</b>
1.1. Общая характеристика динамических явлений аэроупругости.....	11
1.2. Структурная схема аэроупругого взаимодействия ЛА с САУ.....	24
1.3. Методы исследования аэроупругой устойчивости ЛА с САУ.....	29
1.4. Учет требований аэроупругости в процессе разработки БПЛА.....	31
1.5. Постановка и общая схема решения задачи совместного проектирования конструкции и САУ БПЛА.....	34
<b>Глава 2. Формирование контура стабилизации БПЛА с учетом требований аэроупругой устойчивости</b> .....	<b>39</b>
2.1. Уравнения движения БПЛА.....	40
2.2. Передаточные функции жесткого БПЛА как объекта управления.....	44
2.3. Передаточные функции упругого БПЛА.....	46
2.4. Выбор структуры и основных параметров системы стабилизации упругого БПЛА по тангажу (рысканью).....	48
<b>Глава 3. Обеспечение требований аэроупругой устойчивости БПЛА на этапе эскизного проектирования</b> .....	<b>56</b>
3.1. Учет требований безопасности от флаттера при разработке конструкции БПЛА.....	56
3.2. Синтез рациональных конструктивно-технологических решений несущих поверхностей малого удлинения.....	64
3.3. Оптимизация параметров конструкции несущих поверхностей по условиям прочности и аэроупругой устойчивости.....	86
3.4. Математические модели исследования аэроупругой устойчивости БПЛА совместно с САУ.....	94
3.5. Учет требований обеспечения аэроупругой устойчивости БПЛА с САУ.....	108

3.6. Пример решения задачи согласования параметров конструкции и САУ БПЛА.....	113
<b>Глава 4. Экспериментальное определение характеристик собственных колебаний.....</b>	<b>128</b>
4.1. Постановка задачи.....	128
4.2. Место и роль экспериментального определения характеристик собственных колебаний.....	129
4.3. Теоретические основания модальных испытаний.....	132
4.4. Частотные характеристики и реализации по времени.....	137
4.5. Варианты постановки эксперимента.....	138
<b>Глава 5. Расчетно-экспериментальные исследования контура стабилизации при наземной отработке БПЛА.....</b>	<b>147</b>
5.1. Назначение исследований.....	147
5.2. Соотношение цепей угловой скорости и линейного ускорения по частотным характеристикам и характеру сигналов.....	150
5.3. Запасы устойчивости и предельные циклы автоколебаний.....	152
5.4. Экспериментальное определение частотных характеристик корпуса и органов управления.....	155
5.5. Электромеханическое моделирование аэродинамических воздействий.....	162
<b>Глава 6. Аппаратная и программная часть экспериментальных исследований.....</b>	<b>166</b>
6.1. Общая схема и организация испытаний.....	166
6.2. Элементы оборудования.....	167
6.3. Средства измерения установившихся колебаний и переходных процессов.....	168
6.4. Средства возбуждения.....	171
<b>Библиографический список.....</b>	<b>178</b>

## Введение

Проектирование современного летательного аппарата (ЛА) связано с необходимостью решения многих научно-технических задач. В их число входит предотвращение опасных автоколебаний в полете с учетом упругости конструкции. Данная задача относится к науке аэроупругости, а точнее — динамической аэроупругости, в которой рассматривается взаимодействие упругой конструкции при ее колебаниях с потоком воздуха. Применительно к беспилотным летательным аппаратам (БПЛА) имеется ряд особенностей, заставляющих специально выделить их рассмотрение. Поскольку БПЛА принципиально не допускают применения без системы автоматического управления (САУ), ее наличие необходимо учитывать при рассмотрении колебаний упругой конструкции в полете.

Влияние упругости конструкции маневренного БПЛА на работу САУ в полете проявляется прежде всего в возможности возникновения автоколебаний в контуре «упругий ЛА — САУ». Это является недопустимым, так как автоколебания приводят к «забиванию» каналов САУ высокочастотными составляющими сигналов, что негативно влияет на управляемость БПЛА, нарушая нормальный режим работы бортовой аппаратуры, и ведет к значительному снижению качества ее функционирования вплоть до выхода из строя. Опасность возникновения автоколебаний в контуре «упругий ЛА — САУ» возрастает с увеличением потолка скоростей и маневренных перегрузок БПЛА, повышением быстродействия САУ, применением рулевых приводов со сравнительно малой жесткостью.

Сложность рассматриваемой задачи вынуждает рассматривать ее практически на всех этапах разработки БПЛА, вплоть до создания опытного образца и начала летных испытаний. Различные способы решения проблемы на заключительном этапе создания БПЛА требуют доработок, связанных с неизбежными затратами времени и средств.

В процессе проектирования БПЛА используются как расчетные, так и экспериментальные средства исследования явлений

аэроупругости (бытует и упрощенный термин «программные и аппаратные средства»); их соотношение и объем отличаются в ходе создания БПЛА.

Практически имеет место традиция анализировать отдельно взаимодействие упругой конструкции БПЛА с потоком без учета САУ — задача флаттера, и устойчивость колебаний в потоке системы «упругий ЛА — САУ». Такое же искусственное разделение двух подходов отражено и в предлагаемой монографии. Единый, по существу, термин *аэроупругая устойчивость* зачастую применяется лишь к задаче об аэроупругом взаимодействии конструкции БПЛА и САУ.

В монографии представлены методы обеспечения аэроупругой устойчивости БПЛА, как теоретические, расчетные, так и экспериментальные. Рассмотрение относится в первую очередь к управляемым БПЛА (в зарубежной литературе — *guided missile*) класса «воздух — воздух», «воздух — поверхность» и отчасти «поверхность — воздух». Среди них первые имеют наибольшую маневренность, однако для всех без исключения проблемы опасных аэроупругих автоколебаний крайне важны.

Границы устойчивости как контура «упругий ЛА — САУ», так и флаттера, это явления потери устойчивости *автоколебательных систем*. Если первое принимается обычно без сомнений, то с флаттером дело не столь очевидно.

Взаимодействие упругого БПЛА с потоком воздуха имеет все три признака автоколебаний в их классическом определении (рис. В.1). Во-первых, присутствует источник энергии — поток. Во-вторых, имеется колебательная система — упруго-массовая конструкция. В-третьих, существует регулирующий элемент, управляющий процессом поступления энергии (посредством обратной связи) — например, дисбаланс простейшей системы (см. рис. В.1).

Последнее требует пояснений. Наглядным примером является профиль или отсек крыла, совершающий поступательные («изгибные») и вращательные («крутильные») колебания вокруг оси («ось жесткости») в потоке воздуха ( $V$  — скорость потока), рис. В.2. Эти колебания связывает дисбаланс  $M_x$  («регулирующий элемент»). В потоке

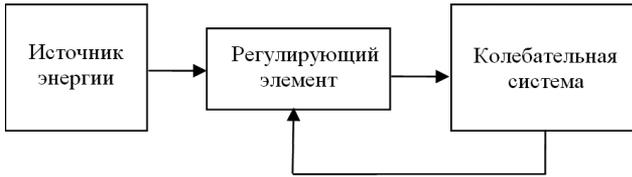


Рис. В.1. Автоколебательная система

он может добавлять или нет энергию при повороте, вызванном поступательным движением, если  $M_x > 0$  или  $M_x < 0$ .

Важным в механизме флаттера является наличие несимметричной связи в потоке, когда «изгиб» ( $h$ ) не вызывает вращательного момента, а «вращение» ( $\delta$ ) связано с появлением аэродинамической силы, вызывающей «изгиб». По существу эта несимметрия и формирует обратную связь в автоколебательной системе. В терминах теории автоматического управления имеется обратная связь, которая может быть положительной и при некоторых условиях вызывать автоколебания, в алгебре это сближение корней на мнимой оси (или их проекций на эту ось).

Еще один признак автоколебательной системы — наличие *нелинейности*, которая определяет величины предельных циклов, т. е. амплитуд автоколебаний, установившихся или нестационарных по времени. Традиционным является представление, что переход за границу устойчивости приводит к нарастанию амплитуды колебаний (да еще «взрывному») вплоть до разрушения конструкции. Это соответствует большому по величине предельному циклу за пределами прочности.

В действительности, из-за нелинейности (как конструкции, так и воздействий со стороны потока) имеют место и другие варианты,



Рис. В.2. Профиль, совершающий изгибно-крутильные колебания в потоке

с меньшими уровнями предельных циклов — с меньшими амплитудами установившихся колебаний. Все это хорошо видно при испытаниях динамически подобных моделей на флаттер в аэродинамических трубах.

Поскольку первоочередным является анализ лишь *границ устойчивости* в полете, он допускает обычно линейную постановку. Многопараметрические исследования флаттера с помощью линейных уравнений радикально снижают трудоемкость расчетов и анализа результатов, что исключено при нелинейной постановке. При этом не столь частая потребность в оценке предельных циклов реализуется достаточно приближенно.

В предлагаемой читателю монографии две части, по три главы в каждой. Первая часть относится к этапу эскизного проектирования БПЛА.

В главе 1 даны постановка и общая схема решения задачи совместного проектирования конструкции и САУ БПЛА с учетом требований аэроупругости. Предлагаемый подход включает три стадии. Первая стадия — выбор структуры и основных параметров контура стабилизации САУ. Вторая стадия — раздельное проектирование подсистем: конструкции БПЛА и САУ (включая систему стабилизации и привод). Цель этой стадии — получение конструкции БПЛА, наилучшим образом отвечающей требованиям конструктивно-технологического совершенства, а также САУ, рациональной с точки зрения законов управления и стабилизации БПЛА, массы, габаритных размеров, стоимости (*рассмотрение последней задачи выходит за рамки настоящей работы*). Третья стадия — согласование структуры и параметров конструкции БПЛА и САУ с целью удовлетворения требований аэроупругой устойчивости.

Задачам формирования контура стабилизации БПЛА с учетом требований аэроупругой устойчивости посвящена глава 2. В общем случае при формировании контура стабилизации упругого БПЛА следует рассматривать движение по каналам: тангажу (рысканью) и крену. Однако для большинства высокоманевренных БПЛА вследствие высокой жесткости их конструкции на кручение проблема возникновения автоколебаний в канале крена, вызванных упругими



крутильными колебаниями аппарата, стоит не так остро, как проблема возникновения автоколебаний в канале тангажа (рысканья), вызванных его упругими изгибными колебаниями. Поэтому в монографии рассматривается движение БПЛА только по тангажу (рысканью), для которого решены задачи выбора структуры и определения основных параметров системы стабилизации, в том числе с учетом изгибных колебаний корпуса БПЛА.

В главе 3 рассмотрены задачи обеспечения безопасности от флаттера и аэроупругой устойчивости БПЛА с САУ. Требования безопасности от флаттера учитываются при разработке конструктивно-технологического решения (КТР) планера БПЛА: для этих целей применяются модели двух- и многостепенного флаттера, позволяющие проводить оценку безопасности от флаттера БПЛА рассматриваемых классов. С использованием данных моделей формируются функциональные связи и ограничения в задачах оптимального проектирования конструкций. Рассматриваемые задачи структурно-параметрической и параметрической оптимизации несущих поверхностей (рулей и крыльев) БПЛА сопровождаются примерами, подтверждающими необходимость учета требований безопасности от флаттера на самых начальных этапах разработки конструкций.

Обеспечение аэроупругой устойчивости состоит в выполнении требований устойчивости системы «руль — привод» и контура «упругий ЛА — САУ». Требования аэроупругой устойчивости учитываются при согласовании структуры и параметров конструкции БПЛА и системы стабилизации САУ. Для решения данной задачи предлагается итерационный метод, в соответствии с которым согласование параметров КТР планера и системы стабилизации БПЛА предполагает решение двух взаимосвязанных задач проектирования. Первая состоит в согласовании параметров КТР руля (как части КТР планера БПЛА) и характеристик привода (как силового агрегата системы стабилизации) с целью обеспечения устойчивости системы «руль — привод», вторая — параметров КТР планера в целом и системы стабилизации БПЛА в интересах обеспечения устойчивости контура «упругий ЛА — САУ».

Вторая часть монографии относится к заключительным этапам создания БПЛА, когда могут быть получены агрегаты, такие как корпус, поверхности, приводы или конструкция в целом, с функционирующей САУ.

В главе 4 рассмотрено экспериментальное определение характеристик собственных колебаний механической конструкции. Оно реализуется посредством специальных, *модальных* испытаний, которые представлены теоретическими основами и методикой их проведения. Основным является рассмотрение наземных резонансных испытаний, а также частотных характеристик и реализации процессов по времени.

Глава 5 относится к расчетно-экспериментальным исследованиям устойчивости контура стабилизации БПЛА на частотах упругих колебаний конструкции. Рассмотрено: экспериментальное определение частотных характеристик корпуса, САУ и приводов органов управления, запасы устойчивости и предельные циклы автоколебаний. Приведены сведения об электромеханическом моделировании аэродинамических воздействий, ЭММ — дополнительном исследовании, расширяющем возможности эксперимента.

В главе 6 рассмотрены вопросы, связанные с аппаратной и программной частью испытаний, включая особенности систем измерения и возбуждения колебаний.

Авторы полагают, что книга будет полезна широкому кругу специалистов и научных работников, занимающихся вопросами проектирования и испытаний БПЛА, а также студентам старших курсов университетов и аспирантам, обучающимся по данному направлению.

Авторы выражают благодарность А. В. Быкову, А. Н. Волкову, А. П. Педоре и И. К. Туркину за помощь в работе над книгой. Авторы выражают также особую благодарность рецензентам А. Б. Гусейнову и В. Г. Ципенко, ценные замечания которых были учтены при доработке рукописи книги.

# ГЛАВА I

## ПОСТАНОВКА И ОБЩАЯ СХЕМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ СОВМЕСТНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ КОНСТРУКЦИИ И САУ БПЛА С УЧЕТОМ АЭРОУПРУГОСТИ

### I.1. Общая характеристика динамических явлений аэроупругости

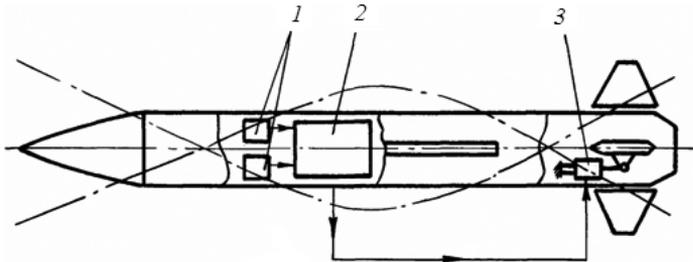
**Физическая природа динамических явлений аэроупругости.** Палитра динамических явлений аэроупругости многообразна. Это и явления классического, панельного и срывного флаттера, бафтинга, аэроупругого взаимодействия летательного аппарата (ЛА) с системой управления и др. Рассмотрим лишь некоторые динамические явления аэроупругости, наиболее характерные для высокоманевренных атмосферных БПЛА.

*Флаттер* представляет собой динамическую неустойчивость упругой конструкции ЛА в потоке воздуха. Скорость потока, при которой упругая конструкция находится на границе зоны устойчивости, называется критической скоростью флаттера. Неустойчивость конструкции проявляется в быстром нарастании амплитуд колебаний,

которое зачастую приводит к разрушению элемента конструкции, подверженного флаттеру.

Физическая картина возникновения флаттера достаточно сложна. Приблизительно ее можно представить следующим образом. Каждый элемент упругой конструкции, обтекаемой потоком воздуха, совершает обычно сложное колебательное движение. Например, крыло ЛА, с одной стороны, совершает изгибно-крутильные колебания относительно корневого сечения, защемленного в крыльевом отсеке корпуса. С другой стороны — оно участвует в изгибно-крутильном движении самого корпуса ЛА, который, в свою очередь, может совершать поступательные и вращательные движения в различных направлениях. Все эти движения часто не совпадают по фазе. Наличие потока воздуха обуславливает взаимное влияние различных форм движения упругого элемента конструкции ЛА. Это влияние проявляется в передаче энергии из одной формы движения (степени свободы) в другую. При неблагоприятном сдвиге фаз упругий элемент ЛА начинает получать из набегающего потока значительно большее количество энергии, чем то, которое рассеивается внутри элемента. В результате, амплитуды колебаний элемента быстро возрастают, и в течение короткого промежутка времени наступает разрушение.

**Аэроупругое взаимодействие ЛА с системой управления.** Физическая природа явления такова. Упругие колебания конструкции аппарата воздействуют на датчики системы автоматического управления (САУ) (рис. 1.1).



**Рис. 1.1.** Схема взаимодействия упругого ЛА с САУ в полете: 1 — датчики скоростей и ускорения; 2 — автопилот (БЦВМ); 3 — рулевой привод

Система автоматического управления пропускает сигналы от чувствительных элементов (датчиков САУ), пропорциональные скоростям или ускорениям в широком диапазоне частот, включающим в себя заметную долю спектра частот упругих колебаний конструкции ЛА. Усиленные сигналы поступают в исполнительные устройства органов управления. Конструкция ЛА образует с САУ замкнутый контур, динамические свойства которого определяются аэроупругими характеристиками конструкции и характеристиками элементов тракта управления: чувствительных элементов, фильтров, усилителей, механической проводки управления и исполнительных силовых механизмов (рулевых приводов). При определенных сочетаниях инерционных, жесткостных и демпфирующих свойств конструкции, аэродинамических параметров и характеристик САУ в контуре «упругий ЛА — САУ» могут возникать расходящиеся во времени колебательные процессы или автоколебания. Из-за наличия в тракте САУ различного рода нелинейностей колебания бывают, как правило, ограниченной амплитуды.

Опыт разработки, испытаний и применения высокоманевренных БПЛА показывает, что возникновение колебаний вследствие взаимодействия упругой конструкции с САУ — явление нередкое. Причинами возникновения таких колебаний являются: реакция датчиков САУ на упругие колебания конструкции ЛА в целом; недостаточная жесткость рулевого привода; колебания блока датчиков за счет нежесткости крепления конструкции в местах его установки; люфты в системе управления и др. Опасность возникновения колебаний в контуре «упругий ЛА — САУ» возрастает с увеличением скоростей и маневренных перегрузок ЛА, повышением быстродействия систем управления, а также вследствие применения рулевых приводов со сравнительно малой жесткостью и наличия значительных виброперегрузок от работающего двигателя. Негативно влияют на аэроупругую устойчивость ЛА с САУ и мероприятия, направленные на уменьшение массы его конструкции, так как они, как правило, приводят к снижению жесткости последней.

В отличие от колебаний типа «флаттер», автоколебания в замкнутом контуре «упругий ЛА — САУ» не приводят к быстрому разрушению конструкции, а вызываемые ими виброперегрузки обычно не превышают максимально допустимые с точки зрения прочности величины. Однако виброперегрузки могут явиться причиной значительного снижения ресурса ЛА в целом или выхода из строя бортовой аппаратуры. Наличие автоколебаний в контуре «упругий ЛА — САУ» может также приводить к «забиванию» каналов системы управления высокочастотными составляющими сигналов. Это оказывает существенное влияние на управляемость, нарушая нормальный режим работы аппаратуры, и ведет к значительному снижению качества ее функционирования.

Обеспечение устойчивости контура «упругий ЛА — САУ», как и безопасности от флаттера, является одним из обязательных требований, которые следует учитывать при разработке БПЛА. Основной принцип требований — отсутствие аэроупругой неустойчивости для всех возможных конфигураций аппарата и режимов полета. Для этого требуется обеспечить необходимые запасы устойчивости по модулю и фазе амплитудно-фазовой частотной характеристики разомкнутого контура «конструкция — управление», подтвердив их расчетами, наземными и летными испытаниями.

**Уравнения колебаний летательного аппарата.** Летательный аппарат представляет собой трехмерную упругую систему. Перемещения таких систем зависят от всех трех пространственных координат и при отсутствии каких-либо внешних связей для полного описания их динамических свойств в общих уравнениях движения необходимо учитывать и степени свободы как твердого тела. Наиболее полные уравнения движения ЛА в свободном полете получены в работах [2, 6, 12, 22, 27, 43, 46].

Как правило, при построении математической модели аэроупругих колебаний ЛА вводится ряд допущений, позволяющих облегчить получение решения в общем случае сложной трехмерной задачи аэроупругости. Эти допущения относятся, как правило, как к схематизации самого ЛА (в части его формы и упруго-массовой модели),

так и к схематизации действующих на него при колебаниях нестационарных аэродинамических сил. Обычно в практических задачах аэроупругости ЛА схематизируют набором простых конструктивных элементов, например пластин и балок или их различных комбинаций. В этих случаях трехмерная задача аэроупругости вырождается в двумерную задачу, что облегчает поиск решения. Для описания нестационарных аэродинамических сил, действующих на поверхность колеблющегося ЛА, чаще всего используют гипотезу квазистационарности или гармоничности.

Представим расчетную схему ЛА в виде тонкой плоской конфигурации (рис. 1.2), срединная поверхность которой в невозмущенном движении располагается в плоскости  $Oxz$ .

Ограничивая движение твердого тела поступательными перемещениями в вертикальной плоскости и вращательными движениями по тангажу и крену, а деформации упругого тела — нормальными перемещениями его срединной поверхности  $w(x, z, t)$ , получим уравнения малого возмущенного движения ЛА для конечного числа степеней свободы  $n$  в виде:

$$M_r \ddot{q}_r(t) + H_r \dot{q}_r(t) + G_r q_r(t) = Q_r(t) \quad (r = 1, 2, \dots, n); \quad (1.1)$$

$$M_r = \iint_S \Phi_r^2(x, z) m(x, z) dx dz; \quad (1.2)$$

$$G_r = M_r \omega_r^2; \quad (1.3)$$

$$H_r = G_r \frac{V_r}{\pi \omega_r} = M_r \frac{V_r}{\pi} \omega_r; \quad (1.4)$$

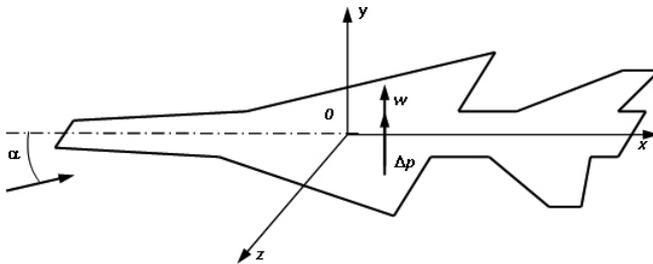


Рис. 1.2. Расчетная схема ЛА в двумерной задаче аэроупругости

$$Q_r = \iint_S \Delta p(x, z) \Phi_r(x, z) dx dz, \quad (1.5)$$

где  $M_r, H_r, G_r, Q_r, q_r$  — обобщенные масса, демпфирование, жесткость, сила и координата, соответствующие  $s$ -й форме колебаний;  $\Phi_r(x, z)$ ,  $\omega_r, \nu_r$  — форма, частота и логарифмический декремент  $s$ -го тона собственных колебаний ЛА;  $m(x, z)$  — удельная масса единицы площади проекции поверхности ЛА на плоскость  $Oxz$ ;  $\Delta p(x, z)$  — нестационарное аэродинамическое давление;  $S$  — площадь проекции поверхности ЛА на плоскость  $Oxz$ .

Формы собственных колебаний, соответствующие указанным выше движениям твердого тела, равны:  $\Phi_1 = 1$  — поступательное перемещение в вертикальной плоскости;  $\Phi_2 = -z$  — вращение относительно оси  $Ox$ ;  $\Phi_3 = x$  — вращение относительно оси  $Oz$ . Этим движениям отвечают нулевые частоты колебаний  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$ . Очевидно, что

$$M_1 = M; \quad M_2 = I_x; \quad M_3 = I_z, \quad (1.6)$$

где  $M$  — масса ЛА;  $I_x, I_z$  — массовые моменты инерции ЛА относительно осей  $Ox$  и  $Oz$ .

Уравнения (1.1) справедливы в том случае, когда формы собственных колебаний  $\Phi_s$  определяются для ЛА в целом. Если формы собственных колебаний найдены для отдельных частей ЛА (например, отдельно для корпуса, крыльев, рулей), уравнения становятся связанными не только через аэродинамические силы, но и через массово-инерционные и/или жесткостные характеристики. В этом случае уравнения движения ЛА имеют вид

$$\sum_{s=1}^n (m_{rs} \ddot{q}_s + h_{rs} \dot{q}_s + g_{rs} q_s) = Q_r, \quad r = 1, 2, \dots, n, \quad (1.7)$$

где

$$m_{rs} = \iint_S m(x, z) \Phi_r(x, z) \Phi_s(x, z) dS; \quad (1.8)$$

$$Q_r = \iint_S \Delta p(x, z) \Phi_r(x, z) dS. \quad (1.9)$$

Коэффициенты жесткости и конструкционного демпфирования  $g_{rs}, h_{rs}$  для составной упругой конструкции вычисляются в каждом

конкретном случае, используя потенциальную энергию деформации и функцию рассеяния для всех ее частей. При этом для каждой части ЛА (корпус, крыло, руль) могут быть использованы различные расчетные модели.

**Аэродинамические силы.** В задачах аэроупругости при определении аэродинамических сил предполагается, что перемещения упругой конструкции  $w(x, z, t)$  известны. В силу кинематического граничного условия безотрывного обтекания колеблющейся поверхности ЛА скорость скоса потока в любой точке

$$V_y = \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial w}{\partial t} + V \frac{\partial w}{\partial x}, \quad (1.10)$$

где  $V$  — скорость невозмущенного потока воздуха. Первое слагаемое в правой части уравнения представляет скорость частицы воздуха, как бы прилипшей к подвижной поверхности ЛА (переносное движение). Второе слагаемое — скорость, обусловленную относительным движением (скольжением) частицы вдоль наклонной, как бы неподвижной поверхности ЛА.

Угол скоса потока (приращение местного угла атаки) в возмущенном движении будет

$$\alpha(x, z, t) = -\frac{V_y}{V} = -\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{V} \frac{\partial w}{\partial t}\right). \quad (1.11)$$

Возмущения потока вызываются углами скоса потока во всех точках поверхности, поэтому перепад аэродинамического давления на нижней и верхней поверхностях тонкого тела  $\Delta p$  будет

$$\Delta p = \frac{\rho V^2}{2} \mathbf{P}[\alpha], \quad (1.12)$$

где  $\rho$  — плотность невозмущенного потока воздуха;  $\mathbf{P}[\alpha]$  — линейный интегральный (или интегродифференциальный) оператор по переменным  $x, z, t$ . Физически величина  $\mathbf{P}[\alpha]$  представляет собой местный перепад давления, отнесенный к скоростному напору.

Решение нестационарной задачи для оператора  $\mathbf{P}[\alpha]$  в общем случае представляет значительные математические трудности. Ее формулировка и способ решения зависят от конфигурации упругого тела в плане, диапазона рассматриваемых скоростей и от того, считается ли задача обтекания стационарной или нестационарной [41].

В настоящее время существует ряд точных и приближенных аналитических решений аэродинамической задачи для конкретных конфигураций несущих поверхностей и тонких тел в определенных диапазонах скоростей. Как правило, эти решения получены для стационарной задачи, реже — для нестационарной задачи при установившихся гармонических колебаниях, и только в единичных случаях — для нестационарной задачи при произвольных движениях упругих тел. Последнее обусловлено большими трудностями, возникающими при решении нестационарных аэродинамических задач. Решение задачи возмущенного движения здесь зависит не только от значений углов скоса потока в рассматриваемый момент времени, но и от их значений во все предыдущие моменты времени.

Разработаны также алгоритмы численного решения аэродинамических задач, основанных на дискретных методах [4]. Несущая поверхность и прилегающая к ней область возмущенного течения в плоскости  $Oxz$  делится на систему ячеек. Такая схематизация позволяет заменить функциональную зависимость (1.12) системой алгебраических уравнений, связывающих значения  $\alpha$  и  $\Delta p$  в заданных контрольных точках в каждой из ячеек на несущей поверхности. В этом случае оператор  $\mathbf{P}$  записывается в виде матрицы аэродинамических коэффициентов влияния. Дискретный метод решения аэродинамической задачи хорошо сочетается с численными методами решения упругодинамической задачи (методами конечных элементов и конечных разностей). Однако дискретные методы решения задачи аэроупругости являются весьма трудоемкими и используются обычно на стадии уточненных поверочных расчетов.

На стадии проектировочных расчетов при определении аэродинамических нагрузок на колеблющиеся упругие тела зачастую принимаются различные упрощающие допущения. Для анализа

сравнительно медленных колебательных движений используется гипотеза стационарности. На основании этой гипотезы при получении решения в форме (1.12) не учитывается зависимость местного угла атаки от времени, т.е. рассматривается некоторый фиксированный момент времени с «замороженными» значениями  $\alpha$  и для этого момента решается стационарная задача. После того как найдено выражение для оператора  $\mathbf{P}$ , используется зависимость  $\alpha$  от времени (1.11) через функцию  $w(x, z, t)$ . Такая теория называется квазистационарной.

Оценку предела применимости этой теории можно получить из следующих рассуждений. Пренебречь нестационарностью потока возможно, если время прохождения частицей газа некоторой характерной длины (например, хорды  $b$ ) значительно меньше четверти периода колебаний (за четверть периода амплитуда колебаний меняется от нуля до максимального значения). На основании этого следует, что  $b/V \ll T/4$ . Учитывая, что  $T = 2\pi/\omega$ , получим условие применимости квазистационарной теории:

$$\frac{b\omega}{V} \ll \frac{\pi}{2}, \quad (1.13)$$

где  $\omega$  — круговая частота колебаний;  $b\omega/V$  — приведенная частота, или число Струхала. При использовании гипотезы стационарности оператор  $\mathbf{P}$  не зависит от времени  $t$ .

В случае аэроупругих колебаний с высокими частотами, когда гипотеза стационарности неприменима, можно использовать гипотезу гармоничности [44]. Согласно этой гипотезе при определении аэродинамической нагрузки предполагается, что перемещения упругой конструкции  $w(x, z, t)$  изменяются во времени по гармоническому закону, например

$$w(x, z, t) = \bar{w}(x, z)e^{i\omega t}, \quad (1.14)$$

где  $\bar{w}(x, z)$  — форма колебания;  $\omega$  — заданная круговая частота колебаний. При использовании гипотезы гармоничности оператор  $\mathbf{P}$  также не зависит от времени  $t$ , однако он зависит от заданной частоты

$\omega$ . Чем ближе колебания конструкции к гармоническим колебаниям с частотой  $\omega$ , тем точнее будет решение.

Летательный аппарат бескрылой схемы или с крылом сверхмалого удлинения (такие формы характерны для многих классов высокоманевренных сверхзвуковых БПЛА) можно рассматривать как тонкое упругое тело с недеформируемым контуром поперечных сечений (рис. 1.3). В этом случае вместо аэродинамического давления удобнее рассматривать поперечную аэродинамическую нагрузку  $q_y(x, t)$ , приведенную к оси тела.

При низкочастотных поперечных колебаниях тела, симметричного относительно плоскости  $Oxy$ , аэродинамическую нагрузку можно определить приближенно, используя гипотезу стационарности и гипотезу плоских сечений (согласно которой аэродинамическое давление в каждом поперечном сечении определяется на основе теории плоскопараллельного обтекания профиля бесконечно длинного цилиндрического тела). Выражение для аэродинамической нагрузки в этом случае будет иметь вид [6]:

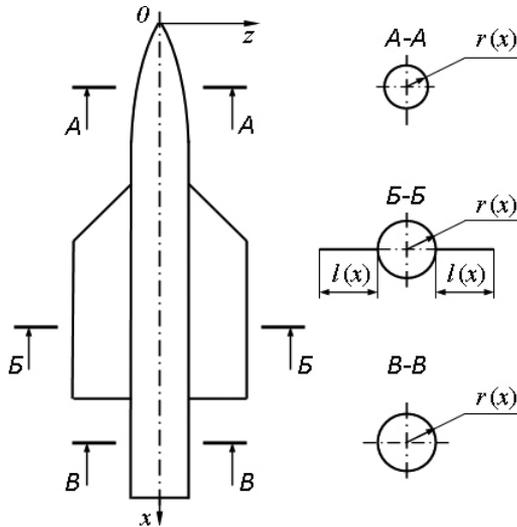


Рис. 1.3. К определению аэродинамических нагрузок, действующих на тонкое оперенное тело