

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Благодарности	13
Глава 1. Что такое доказательство и с чем его едят?	15
1.1. Кто такой математик?	15
1.2. Понятие доказательства	18
1.3. Как работает математик?	24
1.4. Основания логики	25
1.4.1. Закон исключенного третьего	25
1.4.2. Модус понендо поненс и его друзья	26
1.5. Из чего же сделано доказательство?	30
1.6. Цель доказательства	31
1.7. Логические основания математики	38
1.8. Платонизм или кантианство	42
1.9. Экспериментальная природа математики	43
1.10. Роль гипотез	45
1.10.1. Прикладная математика	47
1.11. Математическая неопределенность	50
1.12. Публикация и распространение математики	55
1.13. Заключительные размышления	58
Глава 2. Античность	59
2.1. Евдокс и концепция теоремы	59
2.2. Геометр Евклид	61
2.2.1. Специалист в теории чисел Евклид	64
2.3. Пифагор	65
Глава 3. Средние века и акцент на вычислениях	70
3.1. Влияние ислама на математику	70
3.2. Развитие алгебры	71
3.2.1. Аль-Хорезми и основания алгебры	71
3.3. Исследования нуля	72
3.4. Идея бесконечности	75
Глава 4. Заря нового времени	77
4.1. Эйлер и глубина интуиции	77
4.2. Дирихле и эвристический базис строгого доказательства	79
4.2.1. Принцип Дирихле	83
4.3. Золотая пора девятнадцатого столетия	84
Глава 5. Гильберт и двадцатый век	86
5.1. Давид Гильберт	86

5.2.	Биркгофф, Винер и развитие американской математики	88
5.3.	Л. Э. Я. Брауэр и доказательство от противного	97
5.4.	Обобщенная теорема о бутерброде	103
5.4.1.	Классический бутерброд с ветчиной	103
5.4.2.	Обобщенный бутерброд с ветчиной	104
5.5.	Суэта вокруг доказательств от противного	106
5.6.	Эррет Бишоп и конструктивный анализ	110
5.7.	Николя Бурбаки	111
5.8.	Сриниваса Рамануджан и новый взгляд на доказательство	124
5.9.	Легенда о Поле Эрдёше	126
5.10.	Поклонение Полу Халмошу	128
5.11.	Путаница и парадоксы	130
5.11.1.	Парадокс Бертрана	130
5.11.2.	Парадокс Банаха—Тарского	133
5.11.3.	Задача Монти Холла	135
5.11.4.	Аксиома выбора	139
Глава 6.	Испытание четырьмя красками	140
6.1.	Робкое начало	140
Глава 7.	Доказательства, построенные компьютером	151
7.1.	Краткая история вычислителей	151
7.2.	В чем разница между математикой и компьютерными дисциплинами	161
7.3.	Доказательство теорем и проверка программ	163
7.4.	Как компьютер может исследовать набор аксиом для получения утверждений и доказательств новых теорем	165
7.5.	Как компьютер порождает доказательство нового результата	168
Глава 8.	Компьютер помогает преподавать и доказывать	172
8.1.	Программа Geometer's Sketchpad	172
8.2.	Системы компьютерной алгебры	173
8.3.	Численный анализ	178
8.4.	Компьютерные изображения и визуализация доказательств	179
8.5.	Коммуникация в мире математики	182
Глава 9.	Современная математическая жизнь	189
9.1.	Мир, в котором мы живем	189
9.2.	Математические институты	190
9.3.	Математическая коммуникация	193
Глава 10.	За пределами компьютеров: социология математического доказательства	198
10.1.	Классификация конечных простых групп	198
10.2.	Гипотеза Бибербаха—доказательство Луи де Бранжа	205
10.3.	Как Ву Йи Хсианг решил задачу Кеплера об упаковке сфер	208
10.4.	Программа геометризации Тёрстона	215

10.5. Атака Григория Перельмана на гипотезу Пуанкаре и программу геометризации Тёрстона	222
Глава 11. Доказательства, ускользящие из рук	231
11.1. Гипотеза Римана	231
11.2. Гипотеза Гольдбаха	237
11.3. Гипотеза простых близнецов	240
11.4. Стивен Вольфрам и Новая наука	241
11.5. Бенуа Мандельброт и фракталы	246
11.6. Роджер Пенроуз и «Новый ум короля»	248
11.7. Задача P/NP	251
11.7.1. Сложность задачи	252
11.7.2. Сравнение полиномиальной и экспоненциальной сложности ..	253
11.7.3. Полиномиальная сложность	254
11.7.4. Утверждения, которые можно проверить за полиномиальное время	254
11.7.5. Недетерминистские машины Тьюринга	255
11.7.6. Основания NP-полноты	256
11.7.7. Полиномиальная эквивалентность	256
11.7.8. Определение NP-полноты	256
11.8. Эндрю Уайлс и Великая теорема Ферма	256
11.9. Бесконечно малые	264
11.10. Калейдоскоп неправильно понятых доказательств	266
11.10.1. Разочарование и непонимание	268
Глава 12. Джон Хорган и «Смерть доказательства?»	274
12.1. Тезис Хоргана	274
12.2. Останется ли «доказательство» ключевым знаком математического прогресса?	277
Глава 13. На посошок	279
13.1. Что важного в доказательствах	279
13.2. Почему важно, чтобы понятие доказательства развивалось	281
13.3. Что будут называть доказательством через 100 лет?	283
Алфавитный список авторов с краткими биографиями	285
Список литературы	296
Предметный указатель	304